Глава 3. Динамические модели макроэкономических систем

Предыдущая глава была посвящена построению синтезирующей макромодели, позволяющей исследовать динамику четырех взаимосвязанных макроэкономических рынков: капитала, труда, благ и денег. В этой главе мы попытаемся проанализировать альтернативные подходы к описанию основных макроэкономических рынков с тем, чтобы увидеть преимущества и недостатки построенной макроэкономической модели на фоне всех известных и значимых динамических макроописаний экономических систем. Впрочем, многое можно утверждать почти априори: хорошо известно, что существующие макромодели фрагментарны и эклектичны (см., например, Бланшар и Фишер, 1989), что не позволяет использовать их в целях прикладного макроэкономического анализа и прогнозирования. Далеко не случайно, что ни опыт стран с переходной экономикой, ни Мировой экономический кризис не поддаются теоретическому анализу с использованием широко известных макроэкономических моделей. Получается, что эзотерические выкладки макроэкономистов существуют сами по себе, а насущные макроэкономические проблемы - совсем в иной плоскости. Вряд ли эта ситуация будет долго еще восприниматься как неизбежная и вполне приемлемая.

3.1. Модель q Тобина

Динамическая модель рынка капитала, рассмотренная в главе 2, предполагает наличие трех основных групп экономических агентов: предпринимателей, осуществляющих инвестиционные проекты, финансовых посредников, кредитующих эти инвестиции под определенную ставку, и домохозяйств, предоставляющих свои сбережения финансовым посредникам. Таким образом, мы предполагали, что рынок капитала развивается по классической рыночной схеме: сбережения-кредит-инвестиции.

Вместе с тем зачастую предприниматель предпочитает осуществлять инвестиции из собственных средств: нераспределенной прибыли, позволяющей аккумулировать финансовые ресурсы для обновления основного производственного капитала. В этой ситуации предприниматель целиком и полностью зависим от текущей конъюнктуры на рынках благ и капитала. Помимо этого, предприниматель несет издержки по установке и наладке нового оборудования.

Пусть текущая ситуация в отрасли характеризуется наличием N одинаковых фирм, принимающих инвестиционные решения в каждый момент времени t. Пусть производственная функция каждой из этих фирм обладает свойством постоянной отдачи от масштаба, рынок конечного продукта конкурентен, а предложение всех факторов, кроме капитала, абсолютно эластично.

Тогда доход репрезентативной фирмы равен $\pi(K(t))\,k(t)$. Экономический смысл этой зависимости состоит в том, что увеличение количества капитала для данной фирмы влечет за собой пропорциональное увеличение выпуска, причем коэффициент пропорциональности зависит от текущей ситуации в отрасли, определяемой общим количеством капитала $K(t)$. Как обычно, предполагаем, что предельная производительность капитала в отрасли убывает с возрастанием общего количества капитала.

Как было отмечено, фирмы несут издержки $C(k(t))$ по установке и наладке капитала, причем $C(0) = 0$, $C'(0) = 0$, $C''(0) > 0$. Для упрощения полагаем, что цена приобретения капитала фирмой равна 1, а норма амортизации равна 0, т.е. $\dot{k}(t) = I(t)$.

Тогда текущая прибыль фирмы в момент t равна $\pi(K(t))\,k(t) - I(t) - C(I(t))$, а совокупная прибыль фирмы за весь период ее существования (предполагается, что фирмы существуют бесконечно долго) равна

$$\Pi = \int\limits_0^\infty e^{-rt}\left[\pi(K(t))k(t) - I(t) - C(I(t))\right]dt,$$

где r - норма дисконта.

Вначале для упрощения рассмотрим дискретный вариант:

$$\tilde{\Pi} = \sum_{t=0}^{\infty} \frac{1}{(1+r)^t}\left[\pi(K_t)k_t - I_t - C(I_t)\right].$$

Репрезентативная фирма максимизирует свою приведенную прибыль $\tilde{\Pi} \to \max\limits_{I_t, k_t}$ при ограничении

$$k_t = k_{t-1} + I_t.$$

Для решения этой задачи рассмотрим лагранжиан:

$$\mathcal{L} = \sum_{t=0}^{\infty} \frac{1}{(1+r)^t} \left[\pi(K_t)k_t - I_t - C(I_t)\right] + \sum_{t=0}^{\infty} \lambda_t \left(k_{t-1} + I_t - k_t\right).$$

Как всегда, коэффициенты Лагранжа λ_t имеют смысл имплицитных цен, приведенных к начальному периоду. Рассмотрим величины

$$q_t = (1+r)^t \, \lambda_t.$$

Тогда q_t имеет содержательный смысл текущей цены спроса на дополнительную единицу капитала в момент t. С учетом определения q_t запишем:

$$\mathcal{L} = \sum_{t=0}^{\infty} \frac{1}{(1+r)^t} \left[\pi(K_t)k_t - I_t - C(I_t) + q_t \left(k_{t-1} + I_t - k_t\right)\right].$$

Условие первого порядка $\mathcal{L}' = 0$ по аргументу I_t имеет вид:

$$\frac{1}{(1+r)^t} \left[-1 - C^{'}(I_t) + q_t\right] = 0$$

или

$$1 + C^{'}(I_t) = q_t.$$

Содержательный смысл этого уравнения состоит в условии арбитража: издержки приобретения и установки дополнительной единицы капитала равны текущей цене спроса на эту дополнительную единицу капитала со стороны фирмы.

Теперь рассмотрим условие первого порядка $\mathcal{L}' = 0$ по аргументу k_t:

$$\frac{1}{(1+r)^t}\left[\pi(K_t) - q_t\right] + \frac{1}{(1+r)^{t+1}} \, q_{t+1} = 0.$$

Обозначим $\Delta q_t = q_{t+1} - q_t$. Тогда из этого условия имеем

$$\pi(K_t) = \frac{1}{1+r} \left(r q_t - \Delta q_t\right)$$

или

$$q_t = \pi(K_t) + \frac{1}{1+r} \, q_{t+1}.$$

Последнее уравнение вновь представляет собой условие арбитража: цена спроса на дополнительную единицу капитала в момент t равна предельному продукту капитала в момент t плюс приведенная цена спроса на новую единицу капитала в момент $t+1$.

Для случая непрерывного времени мы должны рассмотреть гамильтониан:

$$H(k(t), I(t)) = \pi(K(t))k(t) - I(t) - C(I(t)) + q(t)I(t),$$

где $q(t)$ - цена спроса на дополнительную единицу капитала в момент t.

Аналогично дискретному случаю, условия первого порядка по $I(t)$ и $k(t)$ дают:

$$\begin{aligned} &1 + C^{'}(I(t)) = q(t) \\ &\dot{q}(t) = rq(t) - \pi(K(t)). \end{aligned}$$

Фактически два последних уравнения являются моделью q Тобина. Фазовые переменные этой модели: $K(t), q(t)$. Получить явное уравнение для $K(t)$ можно следующим образом. Имеем $1 + C'(I(t)) = q(t)$, откуда

$$\dot{K}(t) = N\, I(t) = N\,(C^{'})^{-1}(q(t) - 1) = f(q(t)),$$

где $f(1) = 0,\ f^{'}(\cdot) > 0$.

Поэтому система уравнений q модели Тобина принимает следующий окончательный вид:

$$\begin{aligned} &\dot{K}(t) = f(q(t)) \\ &\dot{q}(t) = rq(t) - \pi(K(t)). \end{aligned}$$

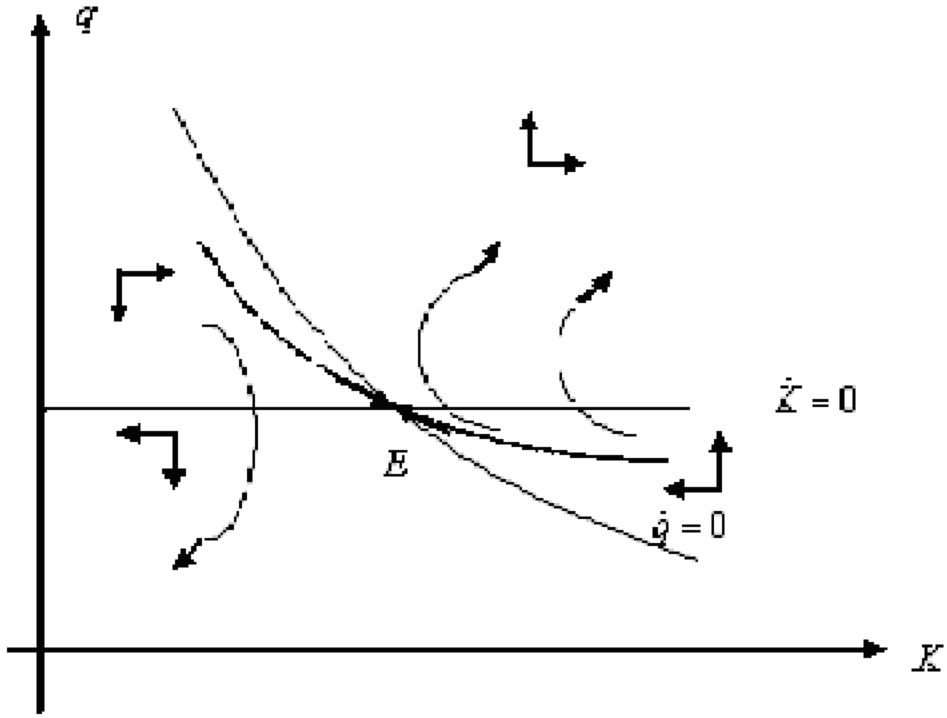

Рис. 3.1. Фазовая диаграмма модели Тобина

Фазовая диаграмма этой системы приведена на Рис.3.1. Анализ показывает, что эта система обладает седловой устойчивостью, т.е. существует единственная траектория меры нуль на фазовой плоскости, ведущая к положению равновесия E.

Рассмотрим следующий пример.

Пример 3.1

Пусть система уравнений модели Тобина имеет следующий вид:

$$\begin{aligned} \dot{K} &= log(q) \\ \dot{q} &= rq - \exp(-K), \end{aligned}$$

где $r = 0.25$.

Тогда при начальных условиях $q_0 = 0.5$; $K_0 = 3.4985$ имеем следующие траектории фазовых переменных $q(t), K(t)$:

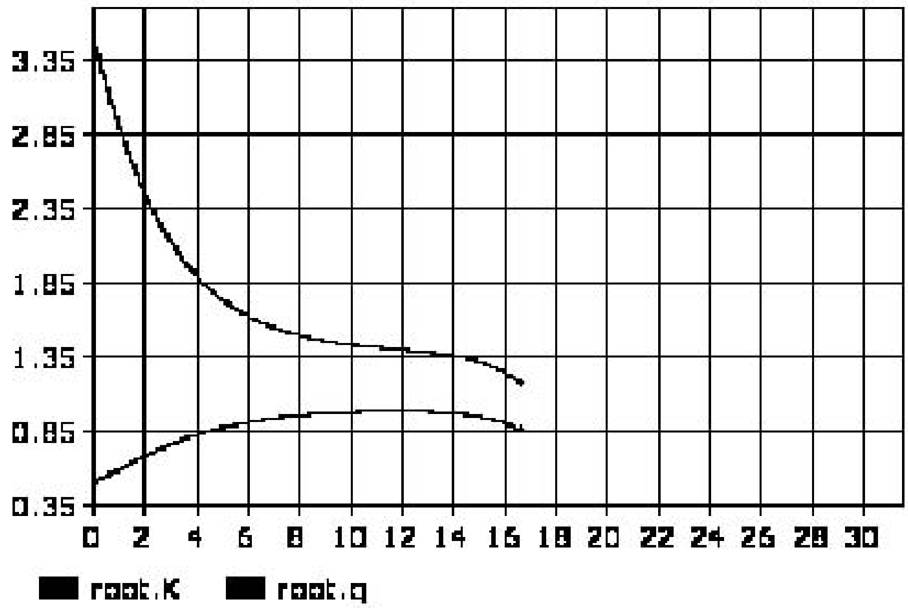

Рис.3.2. Траектории фазовых переменных в модели Тобина ($q_0 = 0.5; K_0 = 3.4985$)

При начальных условиях $q_0 = 0.5$; $K_0 = 3.499$ качественный характер траекторий резко изменяется:

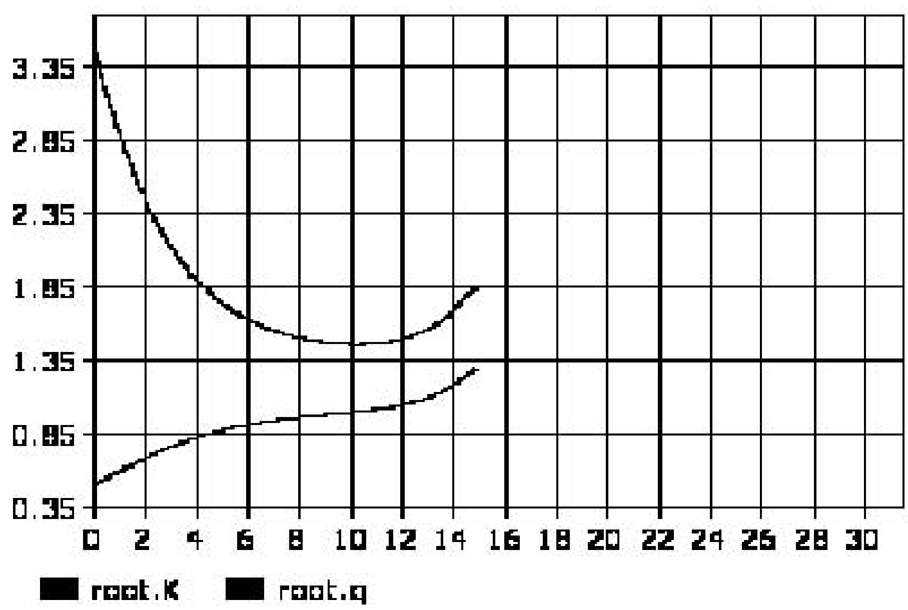

Рис.3.3. Траектории фазовых переменных в модели Тобина ($q_0 = 0.5; K_0 = 3.499$)

Таким образом, незначительное (менее 0.001) изменение начальных условий приводит к резкому изменению фазовых траекторий системы. Это означает, что рассматриваемая модель глобально неустойчива.

Нетрудно понять, однако, что эта динамическая система обладает свойством седловой устойчивости в окрестности положения равновесия. Эта седловая траектория, ведущая к положению равновесия, является множеством меры нуль (на фазовой плоскости) и поэтому практически недостижима. Окончательный вывод состоит в том, что модель Тобина обладает существенным недостатком: положение равновесие экономической системы, описываемой этой моделью, практически не реализуемо. В этом ее отличие от рассмотренной выше модели рынка капитала, которая описывает взаимоотношения трех основных групп участников этого рынка: предпринимателей, осуществляющих инвестиционные проекты, финансовых посредников, кредитующих эти проекты, и домохозяйств, доверяющих свои сбережения финансовым посредникам. Эта модель является локально и глобально устойчивой при широких предположениях о характере предпочтений экономических агентов (ниспадающие кривые спроса и возрастающие кривые предложения на рынке капитала). Кроме того, эта модель позволяет исследовать влияние рыночных несовершенств (трансакционные издержки, моральный риск, ухудшающий отбор) на рыночное равновесие.

3.2. Рынок труда. Модель Шапиро-Стиглица

Безработица является одним из основных разделов макроэкономической трилогии. Если в неоклассической теории 19-начала 20-го столетия утверждалось, что длительные периоды безработицы на рынке труда, обладающем свойством гибкости ставки заработной платы, невозможны, то, начиная с Кейнса, устойчивая и длительная безработица стала объясняться спросовыми ограничениями на рынке труда и жесткостью цен и заработной платы. Эта ситуация сохранялась вплоть до 1980-х годов и была кардинально трансформирована в модели Шапиро-Стиглица (Shapiro-Stiglitz (1984)), в которой устойчивая безработица объясняется влиянием рыночных несовершенств на рынок труда. Иными словами, даже при абсолютно гибких ценах и заработной плате может сохраняться длительная и устойчивая безработица, обусловленная эффектом морального риска на рынке труда.

Основное предположение в модели Шапиро-Стиглица состоит в том, что фирмы не имеют возможности полностью контролировать труд рабочих. Соответственно, возможен эффект морального риска на рынке труда, когда рабочий "отлынивает"от своих обязанностей, т.е. работает не в полную силу ("shirking", в терминологии Шапиро и Стиглица).

Итак, репрезентативная фирма максимизирует прибыль

$$\pi = Y - wL,$$

где производственная функция $Y = F(eL)$ зависит от количества труда L и фактора интенсивности труда e (effort). Как обычно, предполагаем, что производственная функция возрастает $F^{'} > 0$ и выходит на насыщение $F^{''} < 0$, а фактор интенсивности труда положительно зависит от ставки заработной платы: $e = e(w),\ e^{'} > 0$.

Тогда запишем критерий оптимизации для фирмы:

$$F(e(w)L) - wL \to \max_{w,L}$$

Условия оптимальности 1-го порядка по L и w дают, соответственно:

$$\begin{gathered} F^{'}(e(w)L)e(w) - w = 0 \\ F^{'}(e(w)L)Le^{'}(w) - L = 0, \end{gathered}$$

откуда получим

$$\frac{we^{'}(w)}{e(w)} = 1,$$

т.е. эластичность фактора интенсивности труда по ставке заработной платы равна 1.

Функция полезности репрезентативного работника:

$$W = \int_0^\infty e^{-\rho t} u(t) dt, \quad \rho > 0,$$

где $u(t)$ - мгновенная функция полезности:

$$u(t) = \begin{cases} w(t) - e(t), & \text{если работает} \\ 0, & \text{если не работает} \end{cases}$$

В модели предполагается, что существуют только два уровня интенсивности труда: $e = 0,\ e = \bar{e} > 0$, и только три возможности для работника: E - работает с максимальной интенсивностью; S - работает с неполной отдачей (shirking); U - безработный.

Возможные переходы между состояниями описываются в терминах следующих вероятностей:

b - вероятность потерять работу за единицу времени;

a - вероятность найти работу за единицу времени;

q - вероятность обнаружения факта "отлынивания".

Рассмотрим субъективные ценности (для работника) V_i, $i = E, S, U$ пребывания в состояниях E, S, U, соответственно. Допустим, что эти ценности представляют собой некие активы работника, на которые за единицу времени начисляется процент ρ. Рассмотрим условия арбитража для равновесных состояний (отметим, что модель Шапиро-Стиглица рассматривает только равновесные состояния рынка труда):

- для состояния E:

$$\rho V_E = (w - \bar{e}) - b(V_E - V_U),$$

т.е. работник может получить безрисковый процент ρV_E на актив V_E или "поиграть"с ним на рынке труда: при этом за единицу времени он получит дивиденд $w - \bar{e}$ и потеряет капитал $b(V_E - V_U)$ (вероятность b потерять работу).

- для состояния S:

$$\rho V_S = w - (b + q)(V_S - V_U),$$

- для состояния U:

$$\rho V_U = a(V_E - V_U),$$

В задачу фирмы входит предложить работнику такую ставку заработной платы, при которой у работника появляется стимул к интенсивному труду (no-shirking condition):

$$V_E = V_S,$$

т.е. при эффективной ставке заработной платы w субъективные ценности пребывания в состояниях S и E равны между собой.

Тогда, приравнивая правые части уравнений для E и S, получим:

$$(w - \bar{e}) - b(V_E - V_U) = w - (b + q)(V_E - V_U)$$

или

$$V_E - V_U = \frac{\bar{e}}{q}.$$

С другой стороны, вычитая уравнение для U из уравнения для E, получим:

$$\rho(V_E - V_U) = (w - \bar{e}) - (a + b)(V_E - V_U),$$

откуда с учетом предыдущего равенства имеем:

$$w = \bar{e} + (a + b + \rho)\frac{\bar{e}}{q}.$$

Запишем теперь условие арбитража для равновесного состояния рынка труда: количество нашедших работу за единицу времени равно количеству потерявших работу за единицу времени. Пусть общее количество работоспособного населения равно $\bar{L}$, количество фирм равно N, а количество занятых на каждой фирме - L. Тогда это арбитражное условие имеет вид:

$$NLb = (\bar{L} - NL)a.$$

Тогда из двух последних уравнений окончательно получим:

$$w = \bar{e} + (\rho + \frac{\bar{L}}{\bar{L} - NL}\, b)\, \frac{\bar{e}}{q}.$$

Это уравнение, называемое также *условием отсутствия "отлынивания"* (NSC, no-shirking condition), трактуется как модифицированная кривая предложения труда в модели Шапиро-Стиглица. Отметим, впрочем, что обычно решения об объемах и ценах предложения труда принимают сами работники, тогда как в модели Шапиро-Стиглица кривая NSC формируется явно под влиянием решений, принимаемых фирмами (работодателями).

Но эта деталь обычно остается незамеченной, и авторы устремляются к определению кривой спроса на труд, получаемой из условия максимизации прибыли репрезентативной фирмой

$$F(\bar{e}L) - wL \to \max_L .$$

Условие оптимальности 1-го порядка по L дает:

$$F'(\bar{e}L)\bar{e} = w.$$

Это уравнение трактуется как кривая спроса на труд со стороны фирм. Точка пересечения этой кривой с кривой NSC дает равновесную ставку заработной платы w (которая представляет собой эффективную ставку заработной платы в модели) и равновесное количество труда NL. Количество безработных при этом равно $\bar{L}$ –

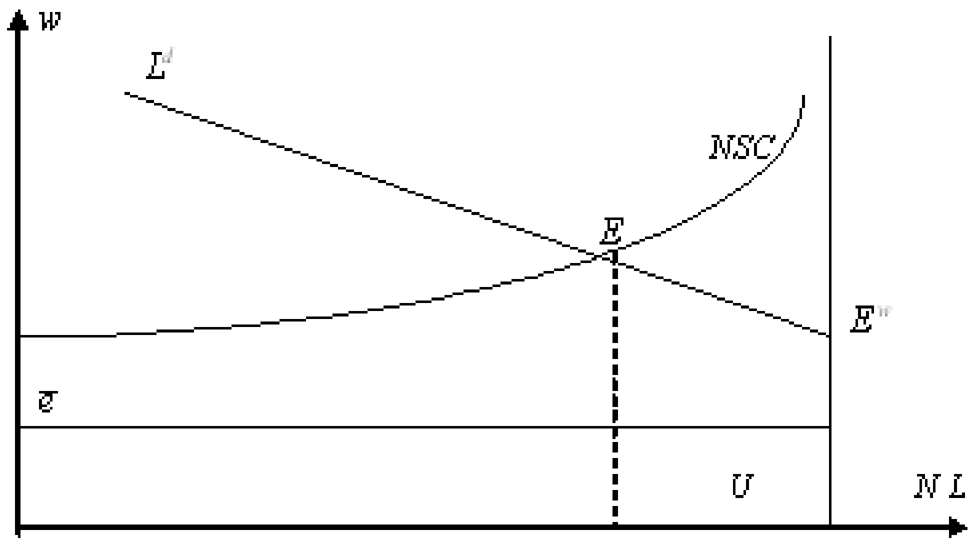

Рис.3.4. Модель Шапиро-Стиглица

Отметим еще раз содержательный смысл модели Шапиро-Стиглица: эта модель трактует феномен длительной и устойчивой безработицы не в рамках Кейнсианских идей о жесткости цен и заработной платы, а как следствие морального риска на рынке труда: отсутствие эффективного контроля за действиями работников может приводить к недобросовестному труду ("отлыниванию") и появлению устойчивой безработицы при завышенной (эффективной) ставке заработной платы.

Вместе с тем мы отмечали, что модель Шапиро-Стиглица обставляет рассматриваемый феномен - устойчивую безработицу на рынке труда - длинным частоколом априорных условий, большинство из которых являются лишними. Покажем, как тот же вывод о появлении устойчивой безработицы при абсолютно гибких ценах и ставках заработной платы вследствие эффекта морального риска на рынке труда может быть получен из рассмотренной в предыдущей главе динамической модели рынка труда.

Напомним, что мы рассматривали следующие переменные, характеризующие рынок труда: L^d - объем спроса на труд; L^s - объем предложения труда; w_d - цена спроса на труд; w_s - цена предложения труда; w - рыночная ставка заработной платы. Фактор морального риска на рынке труда (эффект "отлынивания"со стороны работников) будем моделировать параметром $0 < \gamma < 1$:

$$\begin{aligned}
\dot{L}^d &= l_d \left(w_d(L^d) - w \right) \\
\dot{L}^s &= l_s \left(w_s(L^s) - w \right) \\
\dot{w} &= \delta(L^d - L^s \gamma),
\end{aligned}$$

где параметры модели $l_d > 0$, $l_s < 0$, $\delta > 0$.

Эффект морального риска приводит к тому, что руководители фирм формируют объем спроса на труд с учетом "понижающего коэффициента"γ для предложения труда (некоторый объем труда заранее признается неэффективным) т.е. равновесный объем спрос на труд

$$L^{d*} = L^{s*}\gamma.$$

Отсюда с учетом уравнений модели рынка труда получим для равновесных цен:

$$w_d(L^{s*}\gamma) = w_s(L^{s*}) = w^*.$$

Отсюда следует, что равновесная ставка заработной платы w^* возрастает по сравнению с совершенно конкурентным случаем, а равновесный объем предложения труда устойчиво превышает равновесный объем спроса на труд, т.е. появляется устойчивая безработица на рынке труда: $U = L^{s*} - L^{d*} > 0$. Таким образом, рассмотренная динамическая модель рынка труда позволяет получить выводы, аналогичные сделанным на основе модели Шапиро-Стиглица, но без излишних априорных предположений и в общем динамическом контексте (мы в состоянии исследовать процесс выхода рынка труда на новый равновесный режим).

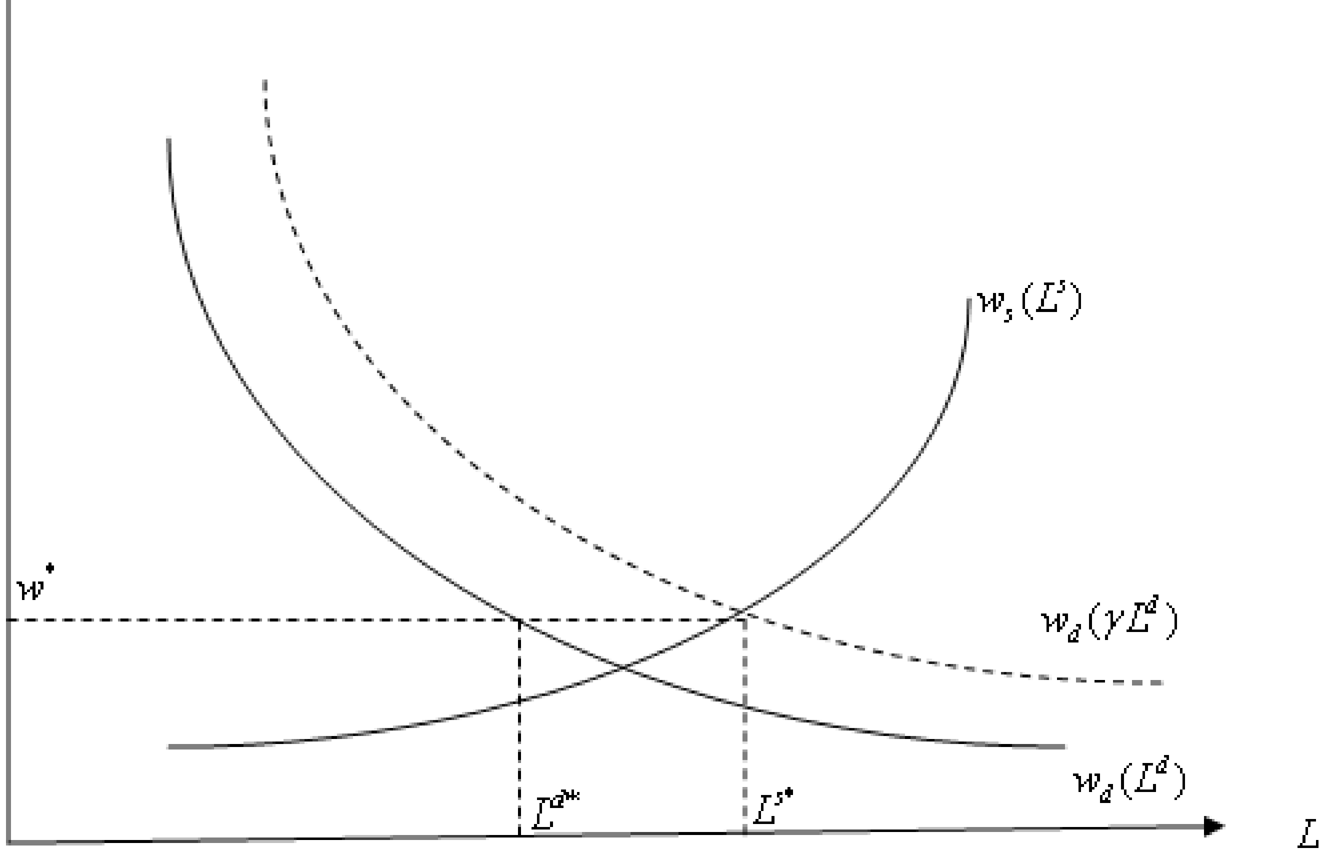

Рис.3.5. Модель рынка труда с эффектом морального риска

Рассмотрим следующий пример.

Пример 3.2.

Пусть динамическая модель рынка труда с эффектом "морального риска"имеет вид:

$$d(Ld)/dt = ld * (wd - w)$$
$$d(Ls)/dt = ls * (ws - w)$$
$$d(w)/dt = \delta * (Ld - \gamma * Ls)$$
$$wd = wd_0 - wd_1 * Ld$$
$$ws = ws_0 + ws_1 * Ls,$$

где $ld = 1; ls = -1; \delta = 0.5; wd_0 = 4; wd_1 = 1; ws_0 = 2; ws_1 = 0.5$, а параметр γ равен 1 до такта $t = 14$ и равен 0.5 начиная с такта 14.

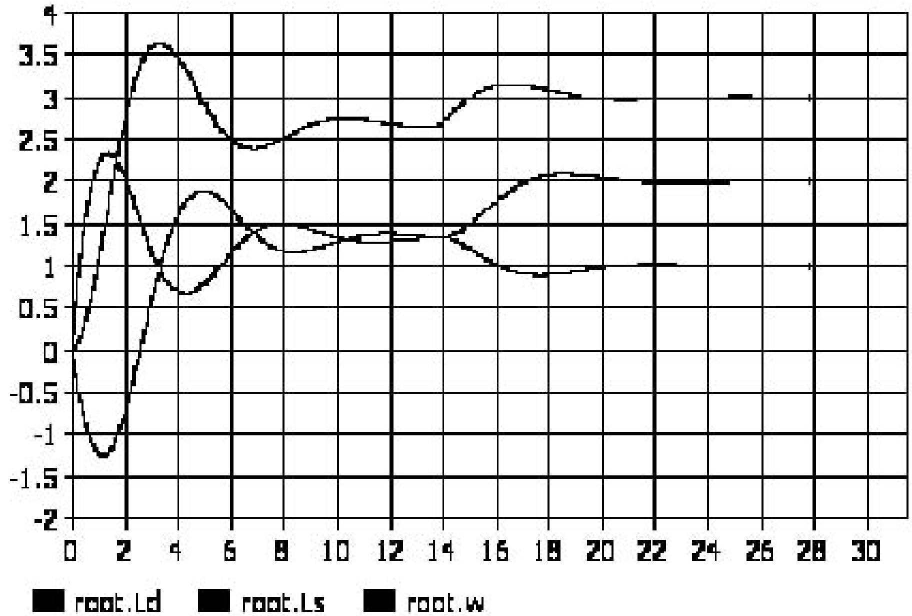

Рис.3.6. Фазовые траектории в модели рынка труда с эффектом морального риска

Таким образом, мы вновь убеждаемся в том, что моральный риск на рынке труда приводит к росту ставки заработной платы и появлению безработицы.

3.3. Рынок благ. Динамические модели экзогенного экономического роста

Модель Солоу

Модель Солоу явилась первым историческим примером модели рынка благ с эффектом экономического роста, обусловленного технологическим прогрессом. В отличие от более поздних моделей она трактует технологический прогресс и сбережения как экзогенные факторы. К числу основных переменных модели Солоу относятся:

Y - агрегированный выпуск;

K - объем капитала;

L - объем труда;

A - фактор эффективности труда, обусловленный технологическим прогрессом (накоплением знаний).

Производственная функция в модели Солоу имеет следующий вид:

$$Y(t) = F(K(t), A(t)L(t)),$$

где t - непрерывное время.

Основные предположения о производственной функции:

1) Постоянная отдача от масштаба:

$$F(cK, cAL) = cF(K, AL), \quad c > 0.$$

2) нет факторов естественных ресурсов (земля, полезные ископаемые)

Производственная функция может быть записана в *интенсивной форме* :

$$c = 1/(AL), \quad F(\frac{K}{AL}, 1) = \frac{1}{AL}F(K, AL).$$

Пусть $k = K/(AL),\ y = Y/(AL)$. Тогда

$$f(k) = F(k, 1),$$

где $f(0) = 0,\ f^{'}(k) > 0,\ f^{''}(k) < 0$.

Обычно предполагается выполнение условий Инада (1964):

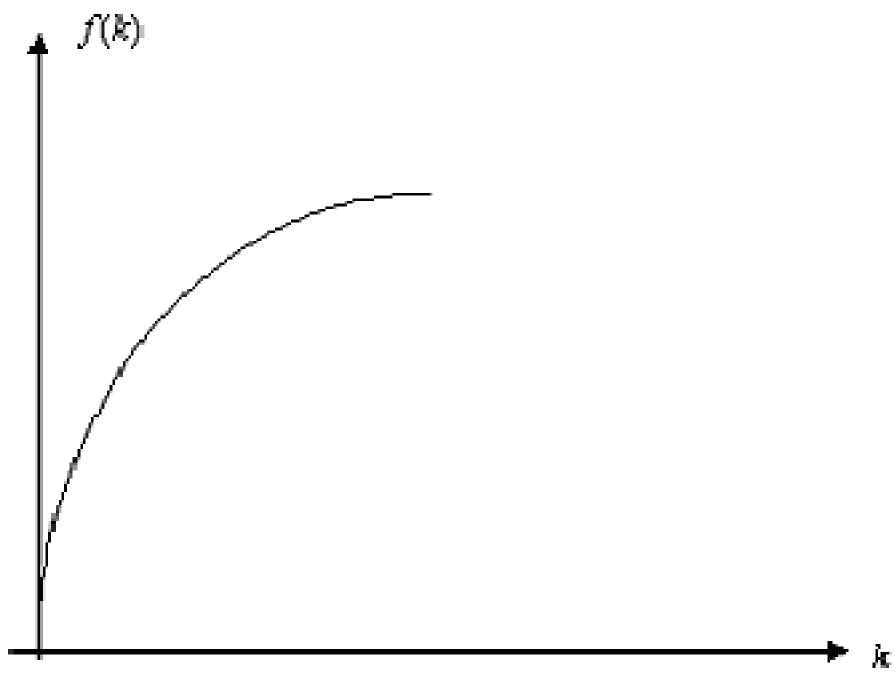

Рис.3.7. Производственная функция (интенсивная форма)

Пример 3.3. Функция Кобба-Дугласа

Производственная функция Кобба-Дугласа имеет вид:

$$F(K, AL) = K^{\alpha}(AL)^{1-\alpha}, \quad 0 < \alpha < 1.$$

Несложно проверить, что она обладает свойством постоянной отдачи от масштаба. Ее интенсивная форма

$$f(k) = k^{\alpha},\ f^{'} = \alpha k^{\alpha-1} > 0,\ f^{''}(k) = -\alpha(1-\alpha)k^{\alpha-2} < 0$$

удовлетворяет всем предположениям, сформулированным выше.

Эволюция экзогенных переменных в модели описывается уравнениями

$$\dot{L}(t) = n\, L(t),\ \dot{A}(t) = g\, A(t), \qquad n > 0,\ g > 0.$$

Динамика капитала формируется под воздействием совокупных сбережений за вычетом амортизации:

$$\dot{K}(t) = sY(t) - \delta\, K(t),$$

где $0 < s < 1$ - норма сбережений; $\delta > 0$ - норма амортизации.

В рассматриваемых далее моделях рынка благ оказывается удобным исследовать динамику приведенных переменных:

$$k(t) = \frac{K(t)}{A(t)L(t)}, \quad c(t) = \frac{C(t)}{A(t)L(t)},$$

т.е. приведенного капитала и потребления.

В модели Солоу для приведенного капитала имеем:

$$\begin{aligned} \dot{k}(t) &= \frac{\dot{K}(t)}{A(t)L(t)} - \frac{K(t)}{[A(t)L(t)]^2}\,[A(t)\dot{L}(t) + \dot{A}(t)L(t)] \\ &= sf(k(t)) - (n+g+\delta)k(t). \end{aligned}$$

Равновесная точка k^* определяется из условия $sf(k^*) = (n+g+\delta)k^*$. В силу условий, наложенных на функцию $f(k)$, точка k^* существует и единственна. Привлекательной стороной модели Солоу является глобальная и локальная устойчивость этого положения равновесия: из какой бы начальной точки k_0 мы бы ни стартовали, приведенный капитал сходится к точке k^*.

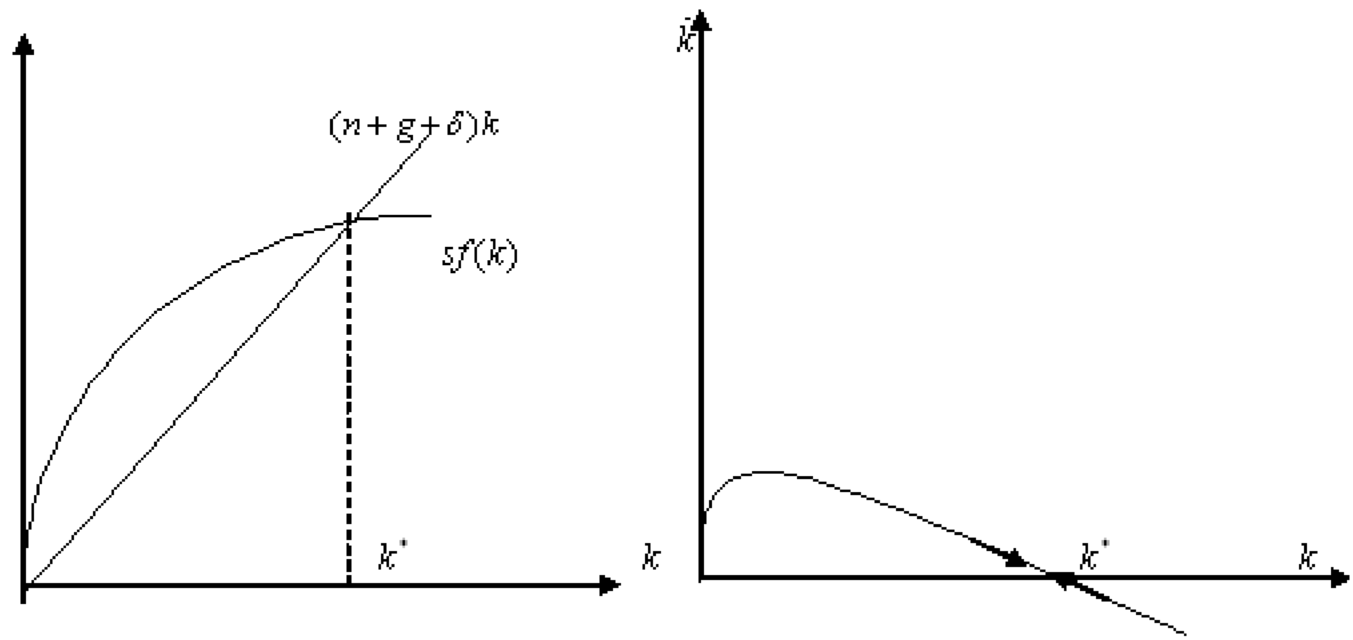

Рис.3.8. Модель Солоу

Отметим, что норма накопления s является экзогенной величиной в модели Солоу. Оптимальный выбор s преследует цель максимизации приведенного потребления $c = f(k^*) - sf(k^*)$ в равновесной точке и соответствует *"золотому правилу накопления"*: $f'(k^*) = n + g + \delta$.

Рассмотрим следующий пример.

Пример 3.4

Пусть уравнения модели Солоу имеют следующий вид:

$$d(k)/dt = sk^{\alpha} - (n + g + \delta)k$$
$$c = (1 - s)k^{\alpha}$$

где параметры модели равны $\alpha = 0.5; \delta = 0.05; n = 0.01; s = 0.2; g = 0.02$.

Тогда траектории приведенного капитала и потребления имеют следующий вид:

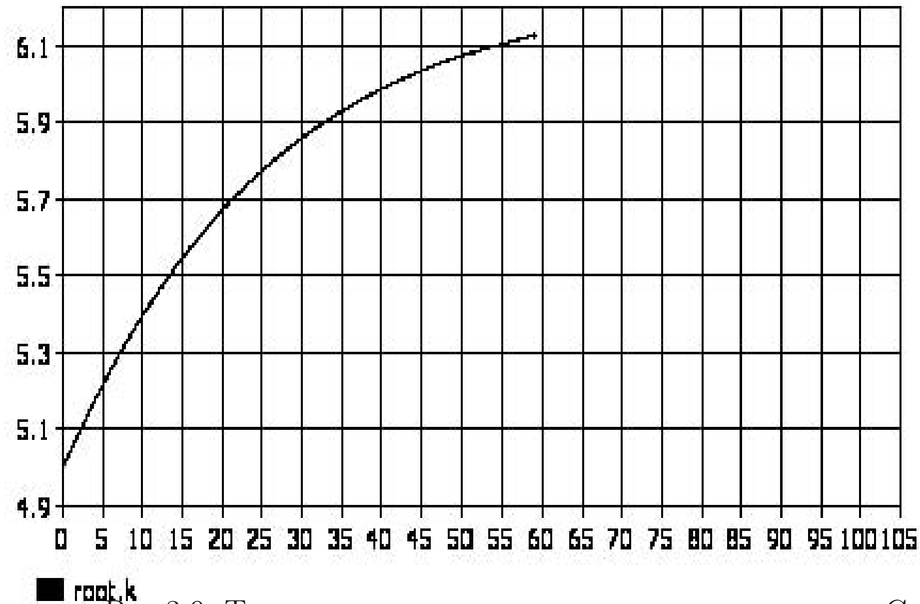

Рис.3.9. Траектория приведенного капитала в модели Солоу

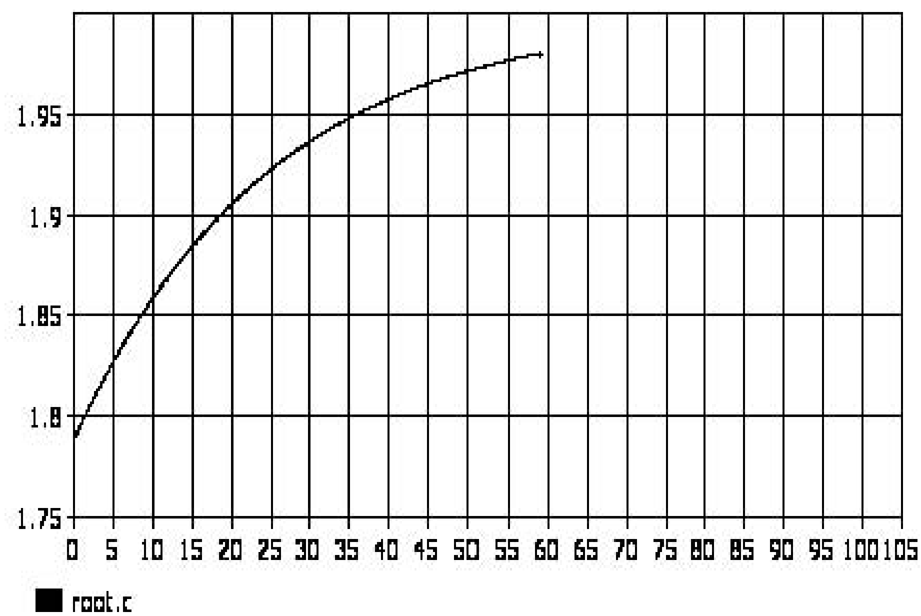

Рис.3.10. Траектория приведенного потребления в модели Солоу

Ясно, что траектории приведенного капитала и потребления выходят на стационарный уровень, соответствующий равновесной точке k^*, c^*.

Стоит отметить также некоторые "странности"модели Солоу: во-первых, она полностью игнорирует влияние всех ценовых факторов на экономический рост. Действительно, цены спроса и предложения на рынке благ, а также агрегированный уровень рыночных цен на рынке благ не входят в условия роста в модели Солоу. Во-вторых, она полностью абстрагируется от динамики рынка труда: предполагается, что количество труда экзогенно и растет с темпом роста населения n.

Рассмотрим динамическую модель общего макроэкономического обмена, основанную на результатах главы 2, которая позволит дать ответ на эти вопросы. Пусть динамика рынка благ описывается следующими уравнениями:

$$\begin{aligned}
&\dot{Y}^d = k_d \left(p_d(Y^d) - p\right)\\
&\dot{Y}^s = k_s \left(p_s(Y^s, A^d L^d, K^d) - p\right)\\
&\dot{p} = \alpha \left(Y^d - Y^s\right)
\end{aligned}$$

Отметим, что зависимость цены предложения благ p_s от факторов $A^d L^d$, K^d, как обычно, обратная. Предполагается, что фактор технологического прогресса A^d экзогенен и растет с темпом g: $dA^d/dt = g\,A^d$. Это предположение позволяет получить экономический рост в рассматриваемой модели. Действительно, отсюда следует (см. Рис. 3.11), что агрегированный выпуск Y будет возрастать, а уровень цен p снижаться по мере роста фактора $A^d L^d$, причем скорость роста будет определяться суммой темпов роста факторов A^d, L^d. В рамках предположений модели Солоу получим темп роста $g + n$, где n - темп роста населения. Таким образом, рассматриваемая модель позволяет исследовать динамику объемных и ценовых факторов спроса и предложения в контексте экономического роста.

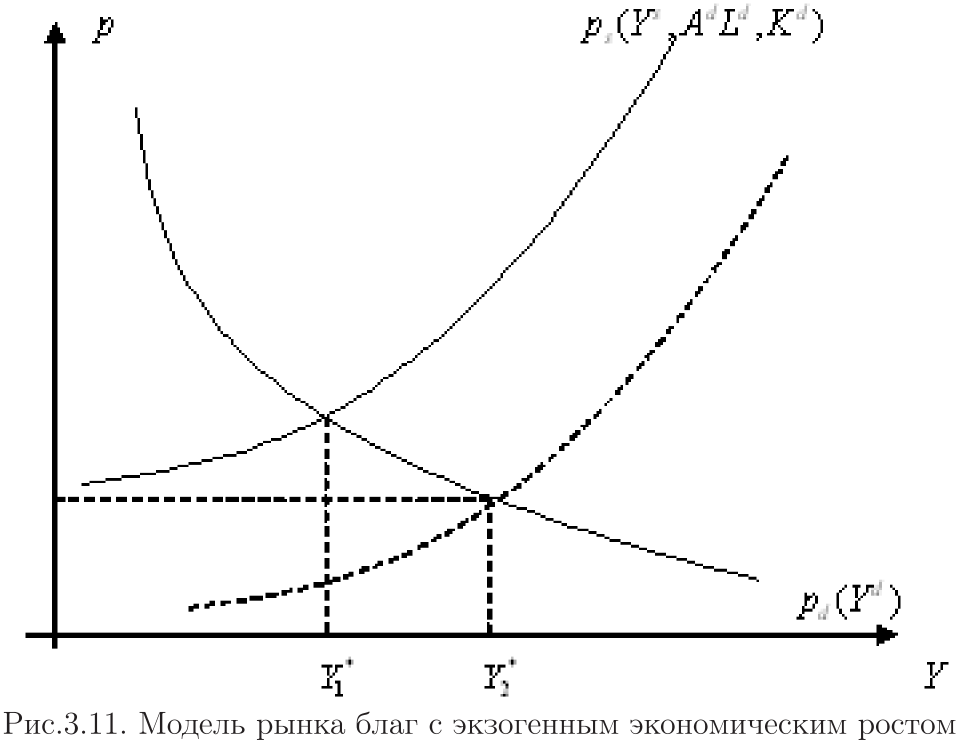

Рис.3.11. Модель рынка благ с экзогенным экономическим ростом

В более общих моделях (см. Главу 4) темп технологического прогресса и, как следствие, темп экономического роста эндогенизируется.

Модель Рамсея-Касса-Купманса

Попытка эндогенизировать норму накопления и объяснить динамику инвестиций и потребления на основе микроэкономических факторов поведения домохозяйств и фирм была предпринята в модели Рамсея (1929), переоткрытой и усовершенствованной Кассом (1964) и Купмансом (1964). Предполагалось, что рынки факторов производства и конечной продукции совершенно конкурентны, фирмы максимизируют прибыль, а рост населения и накопление знаний (технологический прогресс) происходят экзогенно с темпом $n > 0$ и $g > 0$, соответственно.

Более конкретно, в этой модели предполагается, что в экономике присутствует большое число H идентичных и вечно живущих домохозяйств с функцией полезности

$$U = \int_0^\infty e^{-\rho t}\, u(C(t))\, \frac{L(t)}{H}\, dt,$$

где

ρ - норма дисконта, предполагаемая постоянной;

$C(t)$ - объем потребления каждого члена домохозяйства;

$u(C(t))$ - мгновенная индивидуальная функция полезности;

$u(C(t))\dfrac{L(t)}{H}$ - мгновенная функция полезности домохозяйства.

Далее предполагается, что мгновенная индивидуальная функция полезности имеет вид (CRRA - constant relative risk aversion, постоянная относительная эластичность замещения):

$$u(C(t)) = \frac{C(t)^{1-\theta}}{1-\theta},\ \theta > 0.$$

Пример 3.3

По определению коэффициента CRRA:

$$CRRA = -C\, u^{''}(C)/u^{'}(C) = (-C)(-\theta)C^{-1-\theta}/C^{-\theta} = \theta,$$

т.е. модель мгновенной функции полезности CRRA оправдывает свое название.

Как уже отмечалось, модель Рамсея-Касса-Купманса ставит целью объяснить макроэкономическую динамику на основе микрофакторов поведения домохозяйств. В стандартной микроэкономической задаче описания поведения экономических агентов, помимо функции полезности, присутствует бюджетное ограничение. Соответственно, модель Рамсея-Касса-Купманса описывает бюджетное ограничение домохозяйства в терминах следующих переменных:

$K(0)/H$ - начальное количество капитала домохозяйства;

$W(t)L(t)/H$ - мгновенный доход домохозяйства;

$C(t)L(t)/H$ - мгновенное потребление домохозяйства;

$R(t) = \int\limits_0^t r(\tau)d\tau$ - интегральная рыночная ставка процента, являющаяся функцией от мгновенной рыночной ставки $r(\cdot)$.

Тогда бюджетное ограничение домохозяйства имеет вид:

$$\int\limits_0^\infty e^{-R(t)}\, C(t)\frac{L(t)}{H}\, dt \leq \frac{K(0)}{H} + \int\limits_0^\infty e^{-R(t)}\, W(t)\frac{L(t)}{H}\, dt.$$

Иначе,

$$\lim_{s\to\infty} [\frac{K(0)}{H} + \int\limits_0^s e^{-R(t)}\, (W(t) - C(t))\frac{L(t)}{H}\, dt] \geq 0.$$

Последнее выражение в квадратных скобках допускает следующую интерпретацию. Капитал домохозяйства в момент s равен:

$$\frac{K(s)}{H} = e^{R(s)}\, \frac{K(0)}{H} + \int\limits_0^s e^{R(s)-R(t)}\, (W(t) - C(t))\frac{L(t)}{H}\, dt.$$

Следовательно, бюджетное ограничение домохозяйства может быть записано в виде:

$$\lim_{s\to\infty} e^{-R(s)}\, \frac{K(s)}{H} \geq 0.$$

Это условие означает, что предельный приведенный капитал домохозяйства не может быть отрицателен, что эквивалентно *условию отсутствия игр Понци* (NPG, no-Ponzi game condition) .

Теперь все подготовлено для формулировки задачи описания поведения домохозяйства: максимизация функции полезности при бюджетном ограничении. Остается небольшая деталь: перейти к приведенным объемам потребления, дохода и капитала:

$c(t) = C(t)/A(t)$ - среднедушевое потребление на единицу эффективного труда;

$w(t) = W(t)/A(t)$ - среднедушевой доход на единицу эффективного труда;

$k(t) = K(t) * H/(A(t)L(t))$ - капитал домохозяйства на единицу эффективного труда.

Имеем

$$L(t) = L(0)e^{nt}, \qquad A(t) = A(0)e^{gt}.$$

Тогда

$$\frac{C(t)^{1-\theta}}{1-\theta} = \frac{c(t)^{1-\theta}}{1-\theta}\,[A(0)e^{gt}]^{1-\theta}$$
$$= \frac{c(t)^{1-\theta}}{1-\theta} A(0)^{1-\theta} e^{(1-\theta)gt}$$

и

$$U = \int\limits_0^\infty e^{-\rho t}\,\frac{C(t)^{1-\theta}}{1-\theta}\,\frac{L(t)}{H}\,dt$$
$$= B\int\limits_0^\infty e^{-\beta t}\,\frac{c(t)^{1-\theta}}{1-\theta}\,dt,$$

где $B = A(0)^{1-\theta}\,\dfrac{L(o)}{H}$ и

$$\beta = \rho - n - (1-\theta)g > 0,$$

по предположению.

Бюджетное ограничение домохозяйства в приведенной форме:

$$\int\limits_0^\infty e^{-R(t)}\,c(t)\,\frac{A(t)L(t)}{H}\,dt \le k(0)\frac{A(0)L(0)}{H} + \int\limits_0^\infty e^{-R(t)}\,w(t)\,\frac{A(t)L(t)}{H}\,dt$$

с учетом равенства $A(t)L(t) = A(0)L(0)e^{(n+g)t}$ приобретает следующий окончательный вид:

$$\int\limits_0^\infty e^{-R(t)}\,c(t)\,e^{(n+g)t}\,dt \le k(0) + \int\limits_0^\infty e^{-R(t)}\,w(t)\,e^{(n+g)t}\,dt.$$

Задача максимизации полезности домохозяйства при бюджетном ограничении позволяет определить оптимальный объем приведенного потребления $c(t)$ и сводится к поиску экстремумов лагранжиана:

$$\mathcal{L} = B\int\limits_0^\infty e^{-\beta t}\,\frac{c(t)^{1-\theta}}{1-\theta}\,dt + \lambda\,[k(0) + \int\limits_0^\infty e^{-R(t)}\,w(t)\,e^{(n+g)t}\,dt - \int\limits_0^\infty e^{-R(t)}\,c(t)\,e^{(n+g)t}\,dt].$$

Условие оптимальности 1-го порядка по $c(t)$ имеет вид:

$$Be^{-\beta t}\,c(t)^{-\theta} = \lambda\,e^{-R(t)}\,e^{(n+g)t}.$$

Логарифмируя обе части, получим:

$$\ln B - \beta t - \theta \ln c(t) = \ln \lambda - \int\limits_0^t r(\tau) d\tau + (n+g)t.$$

Заметим, что это равенство выполнено для любого t. Поэтому выполнено равенство для первых производных от его обеих частей:

$$-\beta - \theta \frac{\dot{c}(t)}{c(t)} = -r(t) + (n+g)$$

или

$$\frac{\dot{c}(t)}{c(t)} = \frac{r(t) - \rho - \theta g}{\theta}.$$

Часто это *уравнение Эйлера* записывают в терминах среднедушевого потребления $C(t) = c(t)A(t)$:

$$\frac{\dot{C}(t)}{C(t)} = \frac{\dot{c}(t)}{c(t)} + \frac{\dot{A}(t)}{A(t)} = \frac{r(t) - \rho - \theta g}{\theta} + g = \frac{r(t) - \rho}{\theta}.$$

Для завершения модели необходимо рассмотреть динамику приведенного капитала. Здесь мы вспоминаем, что рынки факторов производства в модели Рамсея-Касса-Купманса совершенно конкурентны, и потому рыночная цена капитала и труда равна предельному продукту капитала и труда, соответственно. Строго говоря, это только в положении равновесия, но эта деталь, по-видимому, ускользает от внимания авторов модели.

Итак, вычисляем предельный продукт капитала:

$$\frac{\partial F(K, AL)}{\partial K} = \partial (AL \cdot F(\frac{K}{AL}, 1))/\partial K = \frac{df(k)}{dk} = f^{'}(k),$$

т.е. рыночная ставка процента равна:

$$r(t) = f^{'}(k(t)).$$

В модели Рамсея-Касса-Купманса нам понадобится уравнение динамики приведенного капитала, которое выводится полностью аналогично модели Солоу:

$$\dot{k}(t) = f(k(t)) - c(t) - (n+g)k(t),$$

где, напомним, $\delta = 0$ для рассматриваемой модели.

Поэтому система уравнений модели Рамсея-Касса-Купманса приобретает следующий окончательный вид:

$$\dot{c}(t) = c(t)\,\frac{f^{'}(k(t)) - \rho - \theta g}{\theta}$$
$$\dot{k}(t) = f(k(t)) - c(t) - (n+g)k(t).$$

Фазовый портрет этой динамической системы приведен на следующем рисунке. Непосредственно проверяется, что данная модель обладает свойством седловой устойчивости. Вместе с тем практическое определение седловой траектории, ведущей к положению равновесия, крайне затруднительно.

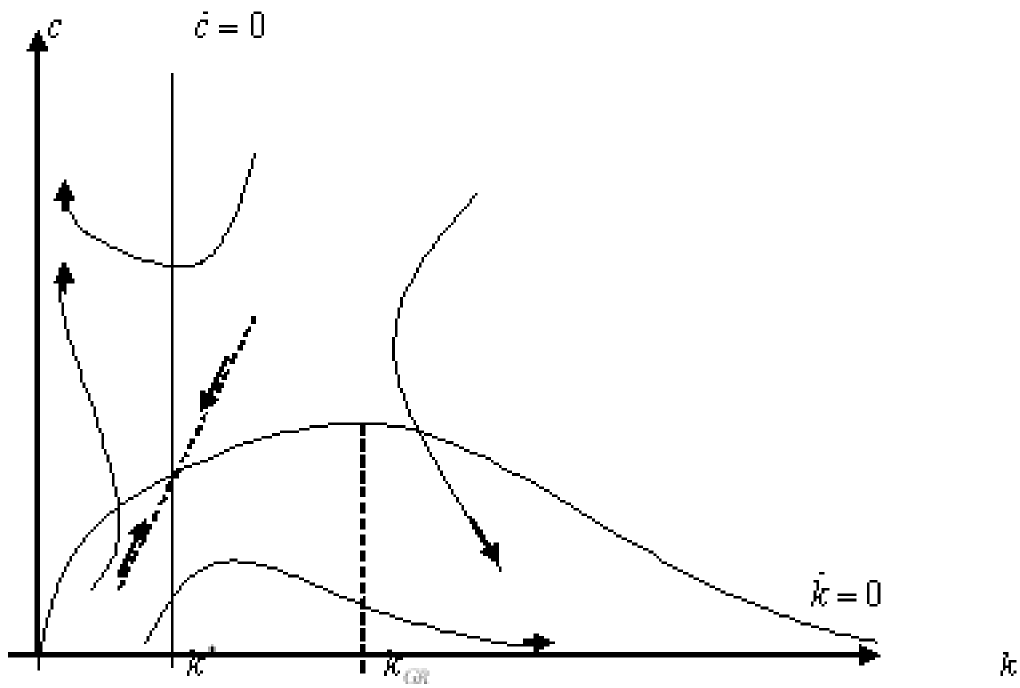

Рис.3.12. Модель Рамсея-Касса-Купманса

Рассмотрим следующий пример.

Пример 3.5

Пусть уравнения модели Рамсея-Касса-Купманса имеют следующий вид:

$$d(k)/dt = k^{\alpha} - c - (n+g)k$$
$$d(c)/dt = c(\alpha k^{\alpha-1} - \rho - \theta g)/\theta,$$

где параметры модели равны $n = 0.01; g = 0.02; \rho = 0.04; \theta = 0.3; \alpha = 0.5$.

Тогда равновесная точка E определяется парой ($k^* = 118; c^* = 7.33$). Однако сходимость к этой равновесной точке будет определяться попаданием начальной точки k_0, c_0 на "седловую траекторию", ведущую к положению равновесия и имеющую меру нуль. Покажем, что практически невозможно попасть на "седловую траекторию".

Пусть начальная точка имеет вид: $k_0 = 100, c_0 = 5.94$. Тогда траектории фазовых переменных таковы:

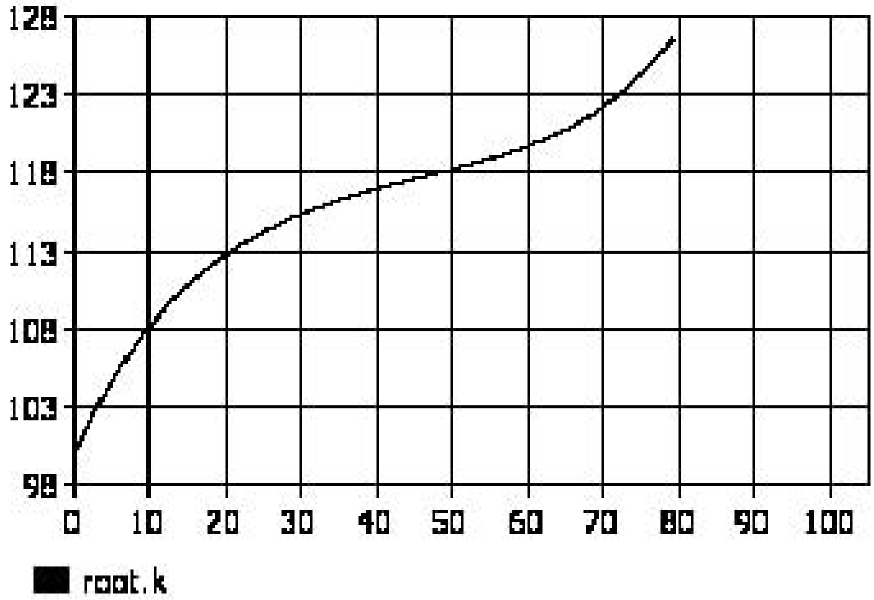

Рис.3.13. Траектория приведенного капитала в модели Рамсея-Касса-Купманса (случай (а)

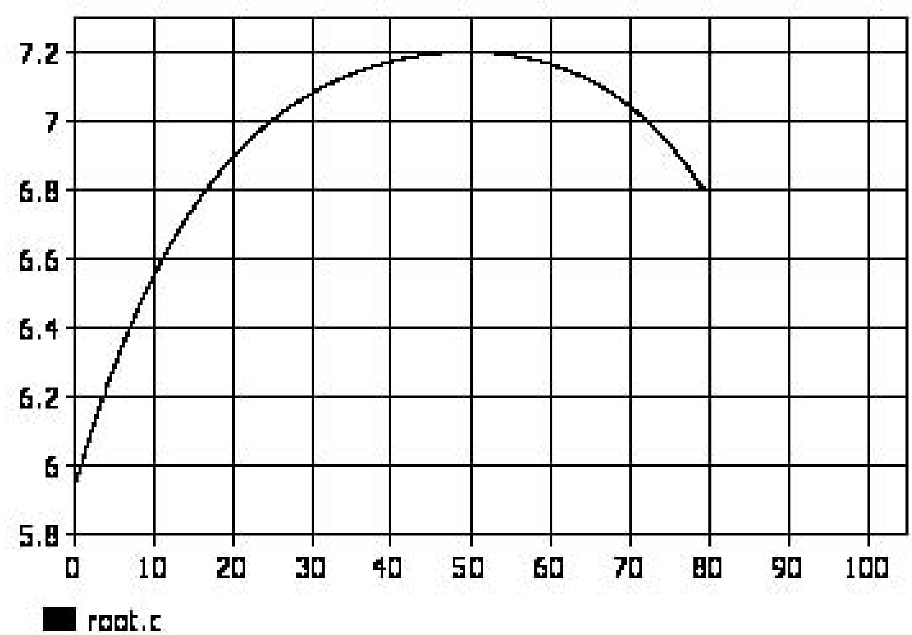

Рис.3.14. Траектория приведенного потребления в модели Рамсея-Касса-Купманса (случай (а)

Пусть начальная точка имеет вид: $k_0 = 100, c_0 = 5.95$. Тогда траектории фазовых переменных таковы:

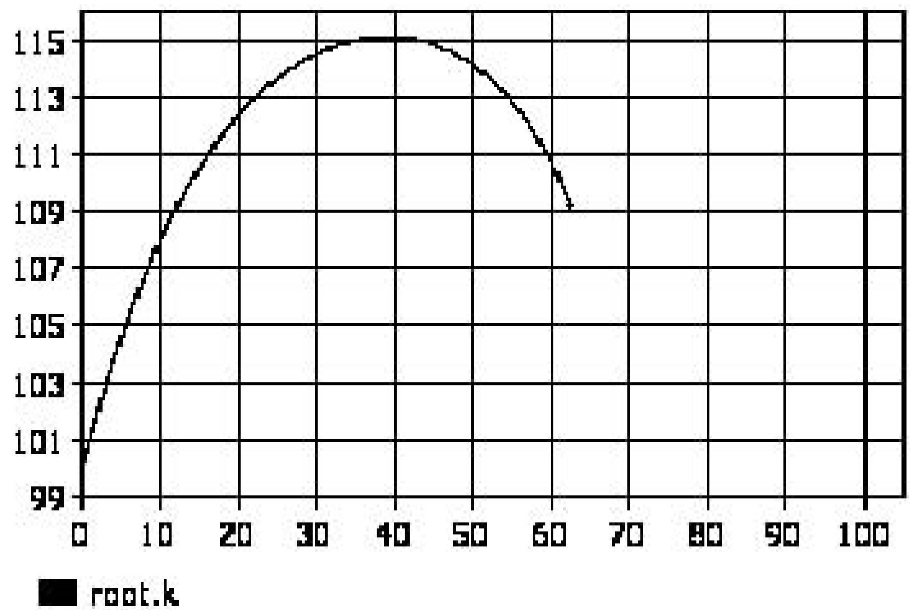

Рис.3.15. Траектория приведенного капитала в модели Рамсея-Касса-Купманса (случай (в)

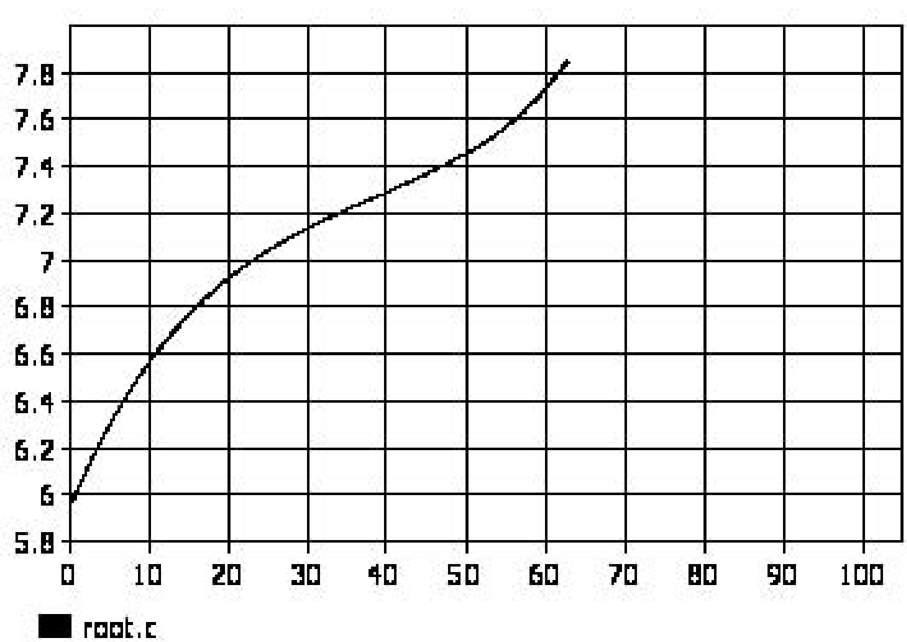

Рис.3.16. Траектория приведенного потребления в модели Рамсея-Касса-Купманса (случай (в)

Непосредственно видно, что в первом случае ($c_0 = 5.94$) мы попадаем на фазовую траекторию, ведущую к бесконечному возрастанию приведенного капитала и убыванию к нулю приведенного потребления. Во втором случае ситуация обратная, сходимости к положению равновесия также нет. Вместе с тем различия в величине начального значения c_0 весьма мало, что свидетельствует о практической недостижимости положения равновесия.

В заключение рассмотрим т.н. "модифицированное золотое правило"накопления капитала для модели Рамсея. Пусть $g = 0$. Тогда равновесное значение приведенного капитала определяется из условия: $f'(k^*) = \rho$. Вместе с тем приведенный объем капитала, соответствующий "золотому правилу", k_{GR}, определяется из условия: $f'(k_{GR}) = n$. В силу предположения $\beta = \rho - n - (1-\theta)g > 0$, имеем $\rho > n$ и следовательно, $k^* < k_{GR}$, т.е. равновесный объем приведенного капитала в модели Рамсея-Касса-Купманса меньше объема приведенного капитала, соответствующего "золотому правилу". Это и есть "модифицированное золотое правило"накопления капитала для модели Рамсея.

Модель перекрывающихся поколений

Одна из труднообъяснимых странностей модели Рамсея-Касса-Купманса состоит в навязчивом стремлении авторов "все усреднить"и стандартизировать: экономические агенты имеют идентичные наборы предпочтений, домохозяйства - одинаковые полезности, фирмы - одну и ту же производственную функцию. Одной из первых значимых попыток нарушить эту "осредняющую"традицию в современной макроэкономике стала модель с перекрывающимися поколениями (OLG, overlapping generations model), предложенная Самуэльсоном и развитая Даймондом (1965). В модели OLG существуют две большие группы экономических агентов: "молодые", вступающие на рынок труда, и "старые", выходящие на пенсию. Соответственно, функции полезности этих двух групп населения не совпадают.

Более конкретно, предполагается, что время дискретно: $t = 1, 2, \dots$, население растет с темпом n: $L_t = (1+n)L_{t-1}$, а накопление знаний - происходит с темпом g: $A_t = (1+g)A_{t-1}$. Функция полезности репрезентативного экономического агента имеет вид:

$$U_t = \frac{{C_{1t}}^{1-\theta}}{1-\theta} + \frac{1}{1+\rho}\,\frac{{C_{2(t+1)}}^{1-\theta}}{1-\theta},$$

где C_{1t}, $C_{2(t+1)}$ - потребление экономического агента в 1-м и 2-м периоде жизни, соответственно; $\rho > -1$ - субъективная ставка дисконта; $\theta > 0$.

Рынки факторов производства, как и выше, предполагаются совершенно конкурентными, что влечет за собой равенство рыночной цены фактора (капитал, труд) и предельной производительности этого фактора (строго говоря, только в положении равновесия). Для капитала имеем $r_t = f^{'}(k_t)$, а для труда:

$$w_t = f(k_t) - k_t\, f^{'}(k_t),$$

где $f(k_t)$ - производственная функция в интенсивной форме; $k_t = \dfrac{K_t}{A_t L_t}$ - приведенное количество капитала в момент t.

Тогда с учетом капиталовооруженности труда доход "молодого"экономического агента равен $w_t\, A_t$, а его сбережения $w_t A_t - C_{1t}$. Эти сбережения далее расходуются на потребление во 2-м периоде жизни, т.е.

$$C_{2(t+1)} = (1 + r_{t+1})(w_t A_t - C_{1t}),$$

где r_{t+1} - рыночная ставка процента во 2-м периоде.

Преобразуя это равенство, получим бюджетное ограничение экономического агента:

$$C_{1t} + \frac{1}{1 + r_{t+1}}\, C_{2t+1} = w_t\, A_t.$$

Таким образом, поведение экономического агента в модели OLG описывается следующей задачей:

$$U_t = \frac{{C_{1t}}^{1-\theta}}{1-\theta} + \frac{1}{1+\rho}\,\frac{{C_{2(t+1)}}^{1-\theta}}{1-\theta} \to \max_{C_{1t}, C_{2(t+1)}}$$

при ограничении

$$C_{1t} + \frac{1}{1 + r_{t+1}}\, C_{2t+1} = w_t\, A_t.$$

Для решения этой задачи рассмотрим лагранжиан:

$$\mathcal{L} = \frac{{C_{1t}}^{1-\theta}}{1-\theta} + \frac{1}{1+\rho}\,\frac{{C_{2(t+1)}}^{1-\theta}}{1-\theta} + \lambda\,[w_t\, A_t - (C_{1t} + \frac{1}{1 + r_{t+1}}\, C_{2t+1})]$$

Условие оптимальности 1-го порядка:

- по переменной C_{1t}:

$$C_{1t}^{-\theta} = \lambda,$$

- по переменной $C_{2(t+1)}$:

$$\frac{1}{1+\rho}\, C_{2(t+1)}^{-\theta} = \frac{\lambda}{1 + r_{t+1}}.$$

Исключив λ, получим:

$$\frac{C_{2(t+1)}}{C_{1t}} = (\frac{1 + r_{t+1}}{1+\rho})^{1/\theta}.$$

Выразив отсюда $C_{2(t+1)}$ и подставив в бюджетное ограничение, получим:

$$C_{1t} + (\frac{(1+r_{t+1})^{(1-\theta)}}{1+\rho})^{1/\theta}\, C_{1t} = A_t w_t,$$

откуда

$$C_{1t} = \frac{(1+\rho)^{1/\theta}}{(1+\rho)^{1/\theta} + (1+r_{t+1})^{(1-\theta)/\theta}}\, A_t w_t,$$

или

$$C_{1t} = (1 - s(r_{t+1}))\, A_t w_t,$$

где норма сбережений равна

$$s(r) = \frac{(1+r)^{(1-\theta)/\theta}}{(1+\rho)^{1/\theta} + (1+r)^{(1-\theta)/\theta}}.$$

Нетрудно видеть, что норма сбережений $s(r)$ возрастает по аргументу θ при $\theta < 1$ и убывает при $\theta > 1$. При $\theta = 1$ норма сбережений постоянна и равна $s(r) = 1/(2+\rho)$.

Теперь все подготовлено для изучения динамики капитала и выпуска. Объем капитала во 2-м периоде равен:

$$K_{t+1} = s(r_{t+1}) L_t A_t w_t,$$

или в приведенной форме

$$k_{t+1} = \frac{1}{(1+n)(1+g)} s(r_{t+1}) w_t.$$

В рассматриваемой модели рынки факторов совершенно конкурентны. Поэтому рыночная ставка процента и заработной платы равна предельному продукту капитала и труда, соответственно. Используя полученные выше выражения для предельного продукта капитала и труда, имеем:

$$k_{t+1} = \frac{1}{(1+n)(1+g)} s(f^{'}(k_{t+1}))\,(f(k_t) - k_t\, f^{'}(k_t)).$$

Это уравнение является центральным для OLG модели. Обратим внимание на то, что оно задает решение для приведенного капитала только неявно, поскольку переменная k_{t+1} входит и в правую и в левую часть. Явное теоретическое решение для k_{t+1} может быть получено в некоторых частных случаях. Конкретно, в случае

$\theta = 1$ имеем $s(r) = \dfrac{1}{2+\rho} = const$, и для производственной функции Кобба-Дугласа: $f(k) = k^\alpha,\ w = (1-\alpha)\,k^\alpha$, где $0 < \alpha < 1$. Отсюда имеем

$$k_{t+1} = \frac{1}{(1+n)(1+g)(2+\rho)}\,(1-\alpha)\,k_t^\alpha.$$

Поскольку $0 < \alpha < 1$, это уравнение имеет стационарное устойчивое решение k^* при любом начальном значении капитала k_0. В более общих случаях возможны ситуации нескольких стационарных решений, неустойчивых стационарных состояний и отсутствия стационарных решений.

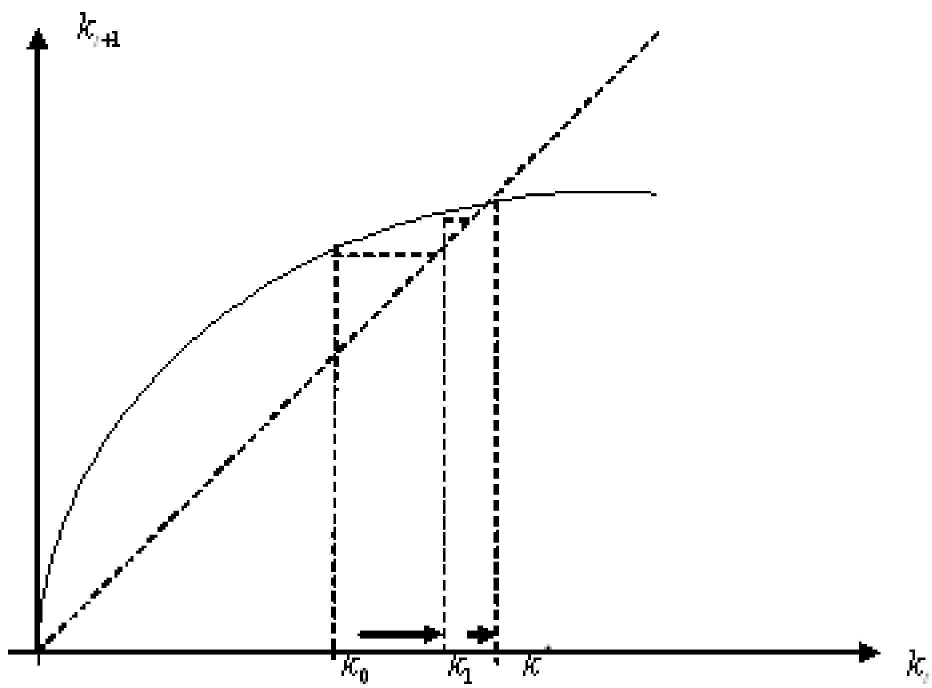

Рис.3.17 Модель OLG: динамика приведенного капитала (производственная функция Кобба-Дугласа

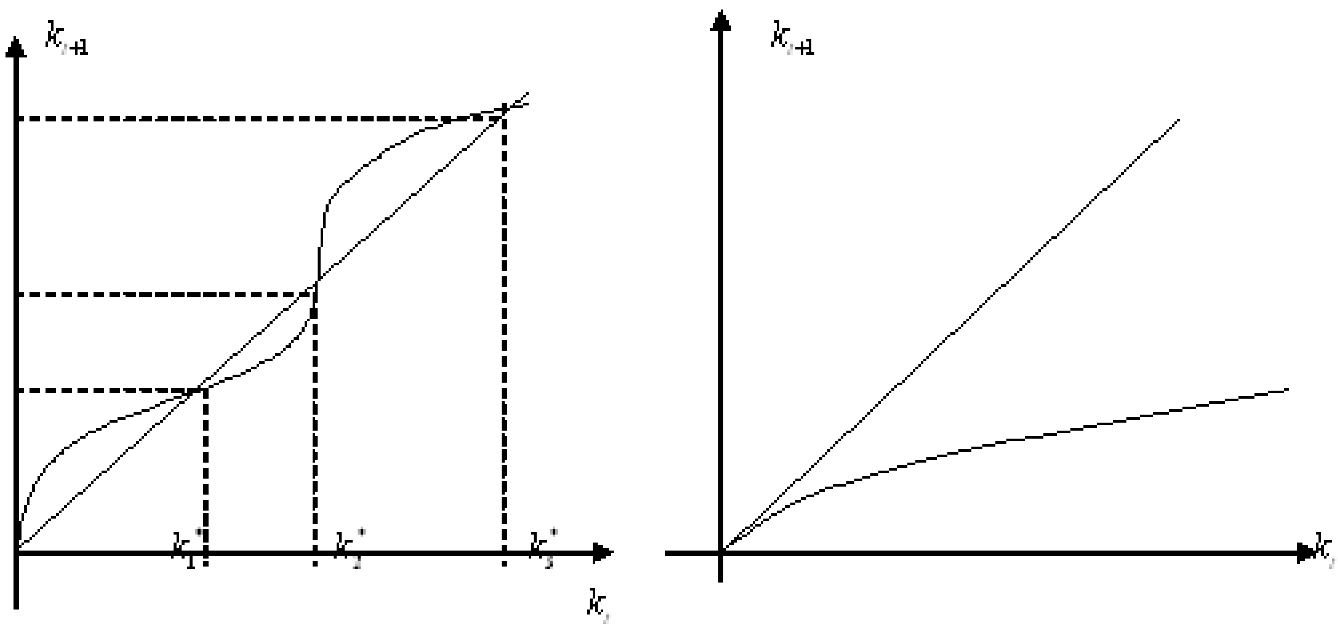

Рис.3.18. Модель OLG: общий случай

Рассмотрим следующий пример.

Пример 3.6

Пусть уравнения модели перекрывающихся поколений имеют следующий вид:

$$
\begin{aligned}
&f(k) = k^{\alpha} \\
&w = f(k) - kf^{'}(k) = (1-\alpha)k^{\alpha} \\
&r = \alpha k^{\alpha-1} \\
&s = \frac{(1+r)^{(1-\theta)/\theta}}{(1+\rho)^{1/\theta} + (1+r)^{(1-\theta)/\theta}} \\
&k = \frac{s}{(1+n)(1+g)}(1-\alpha)k_{-1}^{\alpha} \\
&c_1 = (1-s)(1-\alpha)k^{\alpha} \\
&c_2 = c_1\,(\frac{1+r}{1+\rho})^{1/\theta},
\end{aligned}
$$

где параметры модели равны $\alpha = 0.3; \rho = 0.4; \theta = 0.5; n = 0.02; g = 0.01.$

Тогда траектории фазовых переменных (k, c_1, c_2) имеют следующий вид:

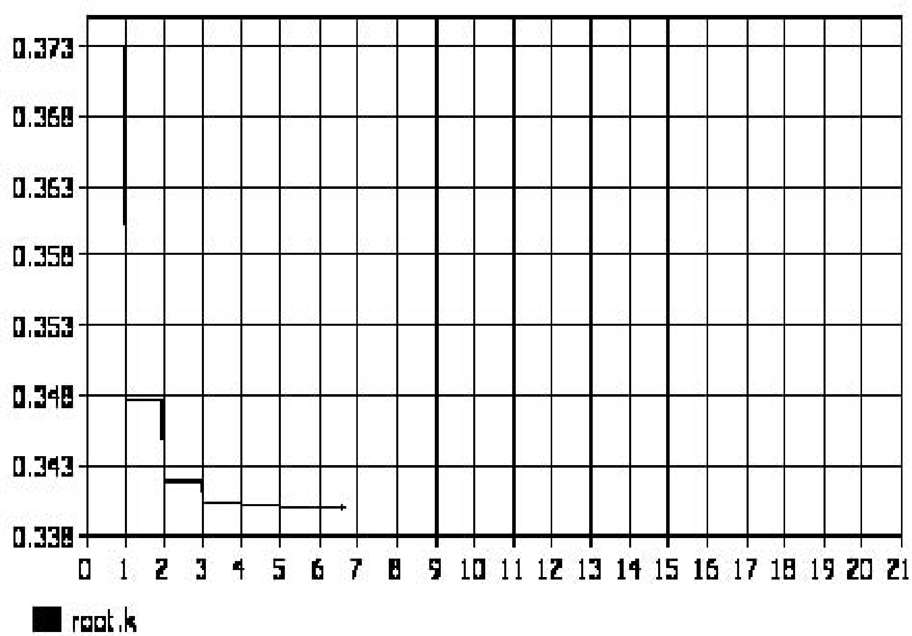

Рис.3.19. Модель перекрывающихся поколений: фазовая траектория приведенного капитала

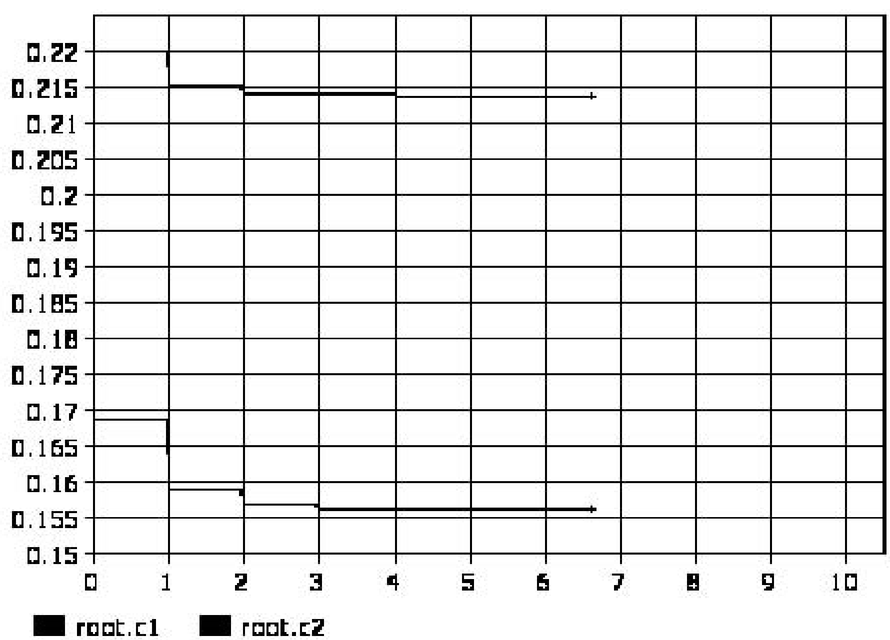

Рис.3.20. Модель перекрывающихся поколений: фазовая траектория приведенного потребления в 1-м и 2-м периоде

Непосредственно видно, что эти траектории сходятся к равновесным значениям, соответствующим стационарной точке рассматриваемой системы.

В заключение остановимся на понятии "динамической неэффективности"для модели перекрывающихся поколений. Напомним, что, согласно "золотому правилу", объем капитала, максимизирующий приведенное потребление, удовлетворяет соотношению:

$$f^{'}(k_{GR}) = \delta + n.$$

Если же $k^* > k_{GR}$, то экономика обладает избыточнгым капиталом и является "динамически неэффективной", т.е. возможно увеличение приведенного потребления в долгосрочной перспективе. Для модели Солоу это может иметь место, если норма сбережений слишком завышена (что нереалистично!), а для модели Рамсея $k^* < k_{GR}$, т.е. динамическая неэффективность невозможна.

Для модели перекрывающихся поколений динамическая неэффективность, напротив, встречается очень часто. Покажем это на примере функции полезности типа CRRA с $\theta = 1$ (логарифмическая полезность) и производственной функции Кобба-Дугласа с параметром $0 < \alpha < 1$. Тогда имеем (темп технологического прогресса $g = 0$):

$$k^* = [\frac{1}{2+\rho}\frac{1}{1+n}(1-\alpha)]^{\frac{1}{1-\alpha}},$$

так что предельный продукт капитала в стационарном состоянии равен:

$$f^{'}(k^*) = \frac{\alpha}{1-\alpha}(2+\rho)(1+n).$$

Заметим, что эта величина вполне может быть меньше, чем $\delta + n$ (в частности, при малых α и ρ), а следовательно, экономика в модели OLG является динамически неэффективной. Причина состоит в том, рынок капитала в этой модели является неполным, т.е. внешний инвестор априори не может установить, какому агенту ("молодому"или "старому") принадлежит данный капитал? Если ввести в модель возможность реаллокации капитала (например, справедливую систему социального страхования), то динамическая неэффективность в этой модели устраняется.

3.4. Рынок денег

В предыдущей главе была построена динамическая модель рынка денег, которая позволяет исследовать ситуации нейтральности и не-нейтральности денег, а также выявить факторы инфляции. В отличие от монетаристской теории, трактующей инфляцию как "чисто монетарный феномен", построенная модель позволяет сделать вывод о том, что на инфляцию оказывают воздействие как монетарные, так и немонетарные факторы.

В этом разделе будут рассмотрены три макроэкономические модели, описывающие влияние денег на реальный сектор и инфляцию: модель Сидраускი (1967), разработанная для случая развитых рыночных экономик, в которых инфляция мала, а деньги могут представлять собой фактор богатства; модель Кейгана (1956), предназначенная для описания гиперинфляции и крайне высокой инфляции, а также модель долларизации, позволяющая исследовать основные взаимосвязи между темпом изменения денежной массы, темпом инфляции и динамикой обменного курса валюты в переходных и развивающихся экономиках.

Модель Сидраускი (1967)

В модели предполагается, что население растет с темпом n: $\dot{N} = nN$, а функция полезности домохозяйства имеет вид:

$$\max_s V_s = \int_s^\infty u(c_t, m_t)\, e^{-\theta(t-s)}\, dt,$$

где c_t - среднедушевое потребление;

m_t - реальные денежные запасы на душу населения;

$u_c > 0, u_m > 0, u_{cc} < 0, u_{mm} < 0.$

Богатство домохозяйства может состоять из денег и капитала. Агрегированное бюджетное ограничение имеет вид:

$$C + \frac{dK}{dt} + \frac{dM/dt}{P} = wN + rK + X,$$

где C - агрегированное потребление;

K - объем капитала в экономике;

M - количество денег;

P - уровень цен;

w - ставка заработной платы;

r - ставка процента;

X - социальный трансферт.

Введем приведенные показатели $k = \dfrac{K}{N}$, $m = \dfrac{M}{PN}$ и запишем бюджетное ограничение репрезентативного экономического агента. С этой целью имеем

$$\frac{dK/dt}{N} = \frac{d(kN)}{Ndt} = \frac{dk}{dt} + nk$$
$$\frac{dM/dt}{PN} = \frac{d(mPN)}{PNdt} = \frac{dm}{dt} + m\pi + mn,$$

где $\pi = dP/Pdt$.

Поэтому бюджетное ограничение репрезентативного экономического агента имеет вид:

$$c + \frac{dk}{dt} + nk + \frac{dm}{dt} + \pi m + nm = w + rk + \kappa,$$

где $\kappa = X/N$.

Пусть $A = K + M/P$ - общее богатство экономических агентов и $a = A/N$. Тогда имеем следующее уравнение для динамики переменной a - среднедушевого богатства:

$$\frac{d(a)}{dt} = \frac{dk}{dt} + \frac{dm}{dt} = [(r-n)a + w + \kappa] - [c + (\pi + r)m].$$

Это уравнение является окончательной записью бюджетного ограничения репрезентативного экономического агента. Тогда задача максимизации полезности домохозяйства при выписанном бюджетном ограничении сводится к исследованию следующего гамильтониана:

$$H = \{u(c,m) + \lambda\left[(r-n)a + w + x - c - (\pi + r)m\right]\} \exp(-\theta t).$$

Условия оптимальности 1-го порядка имеют вид:

$$\begin{aligned}
&u_c(c,m) = \lambda \\
&u_m(c,m) = \lambda(\pi + r) \\
&\frac{d\lambda}{dt} - \theta\lambda = -(r-n)\lambda \\
&\lim_{t\to\infty} a_t\,\lambda_t\,\exp(-\theta t) = 0,
\end{aligned}$$

Из них следует, что

$$u_m = u_c\,(\pi + r).$$

Все сказанное относилось к поведению домохозяйств, а также к потреблению и богатству репрезентативного экономического агента. Остается добавить, что сектор производства в модели Сидрауски функционирует так же, как в модели Рамсея: производственная функция имеет постоянную отдачу от масштаба, а рынки факторов производства (труд и капитал) совершенно конкурентны. Отсюда следует, что рыночная ставка процента равна

$$r = f^{'}(k),$$

а рыночная ставка заработной платы:

$$w = f(k) - kf^{'}(k).$$

Приведенный объем социального трансферта равен:

$$x = \frac{dM/dt}{PN} = (\frac{dM}{M})(\frac{M}{PN}) = \sigma m.$$

Выписанные соотношения позволяют исследовать стационарные состояния экономики, когда $da/dt = dm/dt = d\lambda/dt = 0$. Из условия $dm/dt = 0$ имеем

$$\pi = \sigma - n,$$

а из условия $d\lambda/dt = 0$:

$$\theta = r - n.$$

Отсюда получим уравнение для равновесного объема приведенного капитала:

$$f^{'}(k^{*}) = \theta + n.$$

Условие $da/dt = 0$ дает:

$$(r - n)a^{*} + w^{*} + x^{*} = c^{*} + (\pi + r)m^{*}.$$

Отсюда для стационарного приведенного объема потребления запишем

$$c^{*} = \theta a^{*} + w^{*} + x^{*} - (\sigma + \theta)m^{*} = \theta a^{*} + w^{*} - \theta m^{*} = \theta k^{*} + f(k^{*}) - k^{*} f^{'}(k^{*}) = f(k^{*}) - nk^{*}.$$

Полученные соотношения позволяют сделать вывод о том, что в рассматриваемой модели деньги не оказывают влияния на реальные показатели экономики. Они в точности равны соответствующим показателям в модели Рамсея без денег. Это свойство денег называется *супернейтральностью*.

Модель Кейгана

В модели Сидрауски (1967) деньги являются компонентом богатства индивидов, что предполагает устойчиво низкие темпы инфляции. Это свойство сразу очерчивает область применимости модели Сидрауски: развитые рыночные экономики с устойчивой финансовой системой.

Альтернативный взгляд на роль денег в экономике был сформулирован Кейганом (1956). В модели Кейгана, напротив, рассматривается высокоинфляционная экономика, в которой динамика финансовых показателей превалирует над эволюцией реальных макроэкономических индикаторов. В частности, обычное уравнение спроса на деньги $M/P = L(Y, r + \pi_e)$, M - номинальная денежная масса, P - уровень цен, Y - агрегированный выпуск, r - реальная процентная ставка, π_e - ожидаемый темп инфляции;

Кейган записывает следующим образом:

$$m = \frac{M}{P} = c\exp(-a\pi^*),$$

где m - реальные денежные запасы, π^* - ожидаемый темп инфляции, $c > 0, a > 0$ - некоторые коэффициенты.

Вторым компонентом модели Кейгана является гипотеза адаптивных ожиданий:

$$\frac{d\pi^*}{dt} = b(\pi - \pi^*).$$

Пусть $\sigma = \dfrac{dM}{Mdt}$. Тогда из уравнения спроса на деньги получим:

$$\sigma - \pi = -a(\frac{d\pi^*}{dt}) = -ab(\pi - \pi^*)$$

или

$$\sigma - \pi = -ab(\pi - \pi^*).$$

Отсюда для ожидаемого темпа инфляции имеем:

$$\pi^* = -\frac{1 - ab}{ab}\pi + \frac{\sigma}{ab}.$$

Рассматриваемая система показателей (π, π^*) будет устойчивой при условии $ab < 1$. В стационарном состоянии $\dfrac{d\pi^*}{dt} = 0$ получим $\pi^* = \pi = \sigma$, т.е. ожидаемый темп инфляции равен темпу изменения уровня цен в экономике (темпу инфляции) и равен темпу изменения денежной массы.

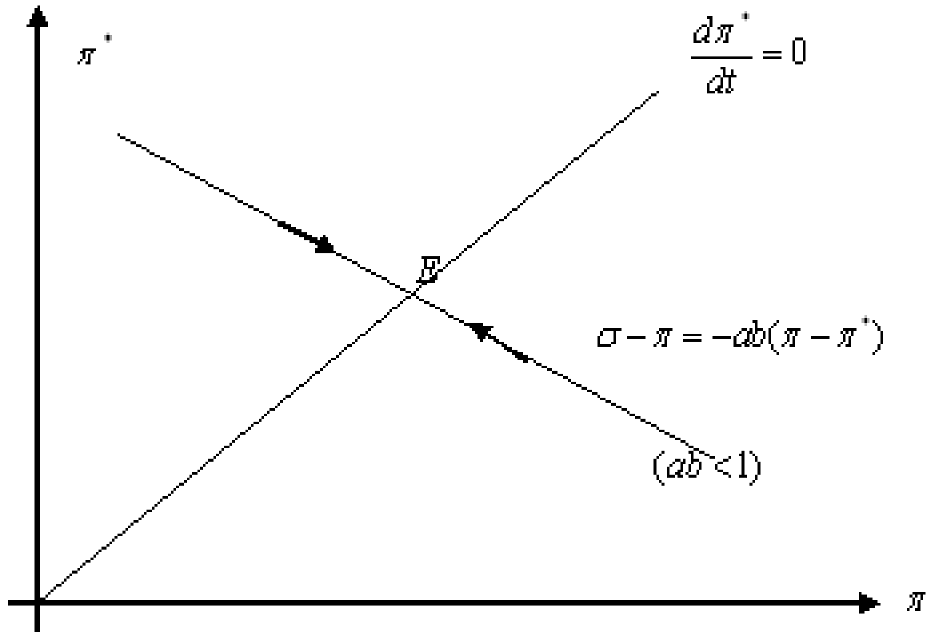

Рис.3.21. Модель Кейгана

Модель Кейгана подчеркивает роль инфляционных ожиданий в динамике инфляции. Однако этим не исчерпывается значение модели Кейгана. Другая тема этой модели: сеньораж и инфляционный налог. Известно, что сеньораж является одним из источников доходов правительства: в высокоинфляционных экономиках сеньораж может составлять 90 процентов ВВП. Спрашивается: какой максимальный сеньораж (доход от печатания денег) может получить правительство в высокоинфляционных экономиках? Модель Кейгана позволяет ответить на этот вопрос.

Сеньораж определяется как

$$S = \frac{dM/dt}{P} = (\frac{dM/dt}{M})(\frac{M}{P}) = \sigma\, m.$$

В стационарном состоянии $\pi^* = \sigma$. Тогда $S = \sigma c \exp(-a\sigma)$, откуда $S_{max} = c/a$ что достигается при $\sigma^* = 1/a$.

Модель процесса долларизации и динамика спроса на деньги в переходной экономике

Рассмотренные выше модели рынка денег весьма далеки от реалий российской экономики 1990-2000х годов, в которой агенты, столкнувшись с высокими темпами инфляции и обесценением личного богатства и сбережений, вынуждены были искать способы тезаврации своих активов, в частности, путем сбережений в твердой валюте (доллар, евро и др.). Далее мы рассмотрим модель, позволяющую анализировать факторы, влияющие на динамику процесса долларизации (термин, обозначающий процесс перевода активов экономических агентов в твердую валюту). После этого мы исследуем динамику спроса на деньги в экономиках, подверженных влиянию процессов долларизации и де-долларизации (включая российскую экономику переходного периода 1990-2000х годов), а также взаимосвязи между динамикой денежной массы, инфляции и обменного курса в переходной экономике.

Рассмотрим модель, описывающую экономическое поведение типичного агента в российской экономике. Этим экономическим агентом может быть либо физическое лицо, либо коммерческий банк, либо предприятие. Все эти агенты часть своих активов хранят в рублях, часть же - в твредой валюте (долларах, евро). На содержательном уровне ясно, что предпочтения экономических агентов между этими формами сбережений будут определяться динамикой ключевых показателей фианансовых рынков, прежде всего, динамикой инфляции и обменного курса валюты, т.е.

$$\pi = p_{t+1}/p_t - 1, \quad \epsilon = e_{t+1}/e_t - 1,$$

где π, ϵ - темп инфляции и темп изменения обменного курса валюты, соответственно, p, e - уровень цен и номинальный обменный курс валюты; $t, t+1$ - последовательные временные интервалы.

Допустим, что реальные активы экономического агента в момент t равны W_t. Задача состоит в описании динамики W_t. Пусть доля валютных активов экономического агента в момент t равна $(1-k)$, где $0 \leq k \leq 1$. Тогда реальные активы этого агента в момент $t+1$ равны:

$$W_{t+1} = k\, W_t\, \frac{p_t}{p_{t+1}} + (1-k)\, W_t\, \frac{p_t}{p_{t+1}}\, \frac{e_{t+1}}{e_t}.$$

Рассмотрим темп изменения реальных активов экономического агента:

$$w_{t+1} = \frac{W_{t+1}}{W_t} - 1 = k\, \frac{1}{1+\pi} + (1-k)\frac{1+\epsilon}{1+\pi} - 1 = (1-k)\, \frac{\epsilon}{1+\pi}.$$

Задача экономического агента состоит в максимизации темпа роста реальных активов

$$w_{t+1} \to \max_k$$

при ограничении ликвидности: $0 < k_{min} \leq k \leq 1$, где $k_{min} > 0$ - минимальная доля рублевых активов в портфеле экономического агента.

Из полученного выражения для темпа изменения реальных активов следует оптимальное решение:

$$k^* = \begin{cases} k_{min}, \text{ если } \epsilon > 0 \\ 1, \text{ если } \epsilon \leq 0. \end{cases}$$

Отсюда следует, что темп роста валютных активов экономического агента равен $(1-k)(1+\epsilon)/(1+\pi)$. Пусть $\epsilon > 0$. Тогда спрос на валюту со стороны экономических агентов изменяется с темпом $(1+\epsilon)/(1+\pi)$. Соответственно, при $\epsilon > \pi$ прос на валюту будет возрастать, а спрос на деньги (рубли), напротив, убывать.

Этот вывод имеет важное значение для динамики спроса на деньги в переходной экономике, подверженной влиянию долларизации.

Традиционный вид функции спроса на деньги $M/P = L(Y, R)$, где M - объем денежной массы в экономике, P - уровень цен, Y - агрегированный выпуск, R - номинальная процентная ставка, для переходной экономики должен быть преобразован следующим образом:

$$M/P = L(Y, \frac{1+\epsilon}{1+\pi}).$$

Содержательный смысл этого уравнения отражает характерную особенность предпочтений населения и коммерческих банков в переходных экономиках: чем выше значение фактора $\frac{1+\epsilon}{1+\pi}$, тем больше спрос населения и банков на валюту и тем меньше спрос на деньги (рублевую массу).

Переходя в последнем уравнении к темпам изменения входящих в него переменных, получим следующую зависимость для темпа прироста денежной массы:

$$\mu = \pi + \alpha g - \beta(\epsilon - \pi), \qquad (*)$$

где $\mu = M_{t+1}/M_t$, $g = Y_{t+1}/Y_t$ - темп изменения объема денежной массы и агрегированного выпуска, соответственно.

Это уравнение позволяет анализировать характер взаимосвязей между темпом изменения денежной массы, темпом инфляции и темпом роста курса доллара на различных этапах денежно-кредитной политики в переходной экономике.

Проанализируем статистические данные о динамике темпа изменения номинального курса доллара, темпа изменения денежной массы и темпа инфляции в России в период 1994-2009 годов (помесячные данные).

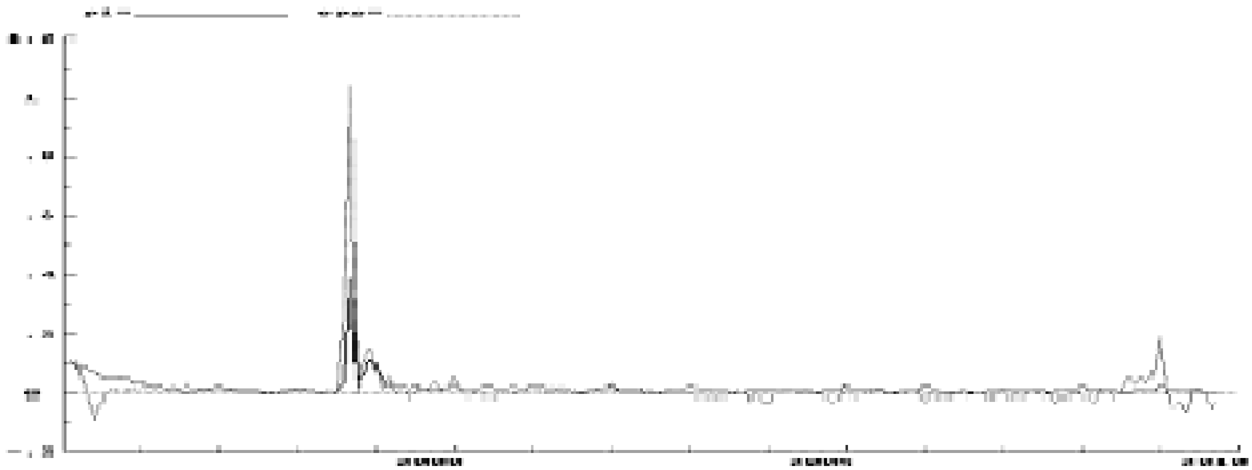

Рис.3.22. Динамика темпа изменения курса доллара (eps) и темпа инфляции (pi) в России в 1994-2009 гг.

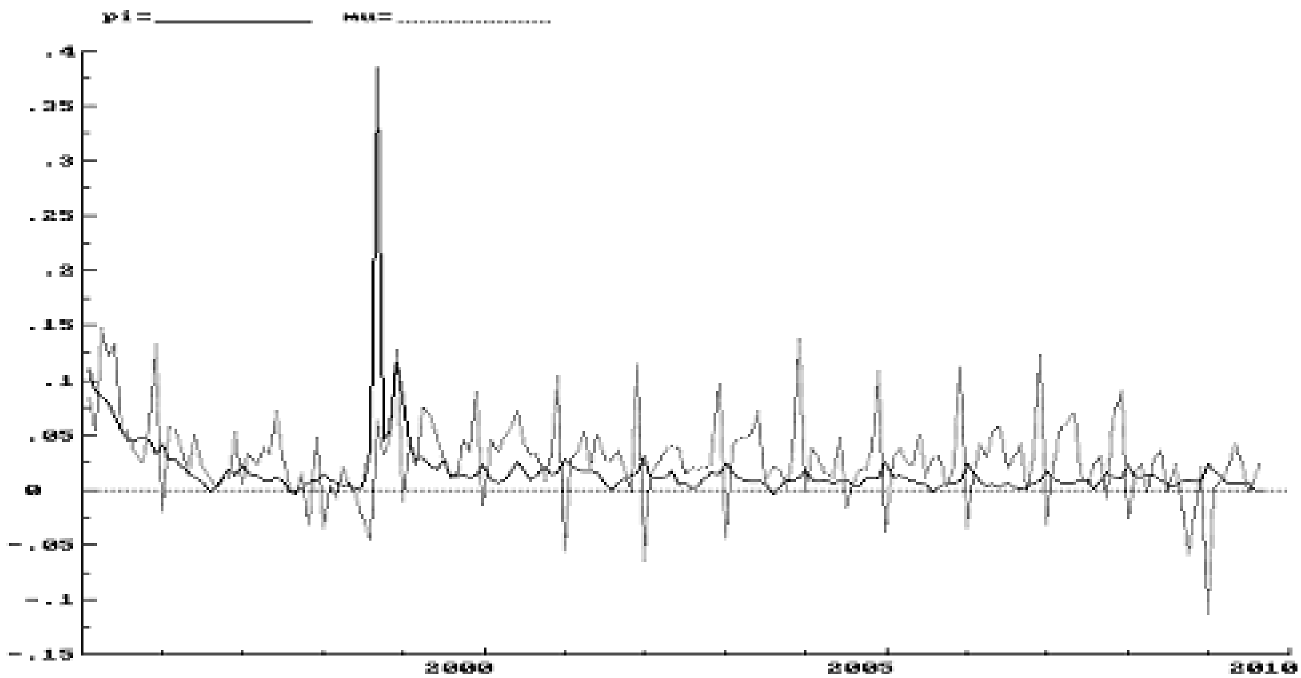

Рис.3.23. Динамика темпа роста денежной массы (mu) и темпа инфляции (pi) в России в 1994-2009 гг.

1) *Начальный этап финансового регулирования*

На начальном этапе либерализации цен и внешней торговли в переходной экономике темпы инфляции очень высоки и валюта становится основным средством защиты сбережений населения. Соответственно спрос на валюту населения и коммерческих банков очень высок, нормы законодательства в денежно-кредитной сфере развиты весьма слабо, и, как результат, темп роста курса доллара превышает темп инфляции, то есть $\epsilon > \pi$. При этом трансформационный спад в переходной экономике приводит к тому, что темпы изменения агрегированного выпуска становятся отрицательными, то есть $g < 0$. Из уравнения (*) с учетом этих замечаний получим:

$$\epsilon > \pi > \mu,$$

то есть темп роста денежной массы ниже темпа инфляции.

2) *Этап финансовой стабилизации*

На этапе финансовой стабилизации правительство и ЦБ переходят к использованию "номинальных якорей обменного курса и заработной платы - для ограничения темпов инфляции. Введение "валютного коридора"в России в июне-июле 1995 г. привело к тому, что темп инфляции начал стабильно превышать темп роста курса доллара, то есть $\epsilon < \pi$. При этом темпы спада производства значительно уменьшились, то есть $g \sim 0$. Из уравнения (*) при этом получим

$$\mu > \pi > \epsilon,$$

то есть темп роста денежной массы начинает превышать темп инфляции.

Отсюда следует, что монетаристский вывод об однозначной зависимости темпа инфляции от темпа роста денежной массы неверен для переходной экономики с доминированием эффекта долларизации финансового и коммерческого оборота. Поэтому макроэкономическую политику в России накануне финансового кризиса августа-сентября 1998 г., направленную на снижение инфляции путем ограничения темпов роста денежной массы, следует признать неудачной и спровоцировавшей масштабный финансовый кризис.

3) *Финансовый кризис 1998 года*

Следует особо остановиться на последствиях российского финансового кризиса августа-сентября 1998 года. В результате этого кризиса развитие российской финансовой системы было отброшено на уровень 1993-1994 годов. После 17 августа 1998 года произошел резкий скачок обменного курса, индуцировавший (через удорожание потребительского импорта) быстрый рост потребительских цен в России. Далее в ноябре-декабре 1998 года происходила медленная адаптация объема денежной массы к возросшему уровню цен. Таким образом, в период кризиса кризиса российская финансовая система вернулась в состояние 1993 года, когда выполнялось соотношение $\epsilon > \pi$. При этом наблюдалось падение реального выпуска, т.е. $g < 0$. При этих условиях из уравнения (*) получим: $\epsilon > \pi > \mu$, что вновь подтверждается эмпирическими данными.

4) *Период посткризисного развития 2000-2007 годов*

Этот период можно, в свою очередь, подразделить на этап активного импортозамещения (1999-2001) и этап нефтяного бума в России (2002-2007). Для нас важно то, что существенное укрепление рубля в номинальном и реальном выражении, происходившее на этих этапах, приводило к тому, что темп инфляции стабильно превышал темп роста валютного курса (имеется в виду номинальный обменный курс доллара и евро), то есть $\epsilon < \pi$. Отсюда с использованием уравнения (*) получим, что в 2000-2007 годы темп роста денежной массы существенно превышал темп инфляции, т.е. $\mu > \pi > \epsilon$. Этот вывод находит точное подтверждение в эмпирических данных о динамике темпа инфляции и темпа роста денежной массы в России.

5) *Период мирового экономического кризиса 2008-2009 годов*

Ниже приведены графики следующих показателей: pi=CPI/100-1 - темп прироста индекса потребительских цен в России; eps=E/E(-1)-1 - темп прироста номинального обменного курса доллара.

Из приведенных графиков видно, что в острой фазе финансового кризиса (2008(9)-2009(2)) наблюдалась характерная «свеча» в динамике номинального курса доллара, обусловленная резким падением мировых и российских цен на нефть. Поэтому с использованием уравнения (*) мы заключаем, что в этот период должно было выполняться соотношение: $\epsilon > \pi > \mu$, т.е. темп инфляции превышал темп роста денежной массы. Анализ фактических статистических данных вновь подтверждает справедливость этих выводов.

Итак, мы проследили парадоксальный характер взаимосвязи между темпом инфляции и темпом роста денежной массы в России на протяжении длительного исторического периода (1995(1)-2009(9)). Бессилие чисто монетаристских описаний этой взаимосвязи обусловлено только одним, но чрезвычайно существенным экономическим фактором: экономика России, как и многих других стран, подвергшихся радикальным экономическим реформам начала 1990-х годов, в значительной степени «долларизована», т.е. зависит от характера притока валюты (доллар, евро) в страну. Валюта обслуживает как открытый, так и теневой экономический обмен. Поэтому для объяснения характера взаимосвязи между темпом инфляции и темпом роста денежной массы в России необходимо учитывать фактор валютного курса.

Модель "перелета"валютного курса (Dornbusch, 1976)

Рассматриваемая далее модель "перелета"валютного курса (exchange rate overshooting model, Dornbusch, 1976) представляет большой исторический и методологический интерес как один из первых примеров макроэкономических моделей с существенной ролью динамики важнейших макропеременных: реального и номинального валютного курса.

Начнем с определений. Под реальным обменным курсом валюты будем понимать следующий безразмерный показатель:

$$\epsilon = E\,\frac{p^*}{p},$$

где E - номинальный обменный курс иностранной валюты (в единицах внутренней валюты, например, руб/долл. - номинальный обменный курс доллара); p^* - уровень цен "за рубежом"; p - уровень цен в рассматриваемой стране.

Далее рассмотрим модель открытой малой экономики, для которой влияние внутренней экономической политики на мировую макроэкономическую конъюнктуру полностью отсутствует. Наша первая цель - уравнение "непокрытого паритета процентных ставок". Это важнейшее уравнение предполагает абсолютную мобильность капитала. Пусть в момент t инвестор решает, в какой валюте держать свои активы. Если он покупает единичный актив во внутренней валюте, то с учетом фактора дисконтирования его цена в момент $t+\Delta t$ равна $e^{r\Delta t}$, где r - внутренняя процентная ставка. Если же инвестор решает вложиться в иностранный актив в количестве $1/\epsilon(t)$ единиц, то в момент $t+\Delta t$ цена этого актива будет равна $\epsilon(t+\Delta t)\, e^{r^*\Delta t}/\,\epsilon(t)$.

При условии абсолютной мобильности капитала условие ценового арбитража принимает вид:

$$e^{r\Delta t} = \epsilon(t+\Delta t)\, e^{r^*\Delta t}/\,\epsilon(t).$$

Это уравнение выполнено для всех значений Δt. Поэтому, взяв производные от его обеих частей по аргументу Δt, получим

$$e^{r\Delta t}\, r = r^*\, \epsilon(t+\Delta t)\, e^{r^*\Delta t}/\,\epsilon(t) + e^{r^*\Delta t}\frac{\dot\epsilon(t+\Delta t)}{\epsilon(t)}.$$

Положим в этом соотношении $\Delta t = 0$. Тогда

$$r = r^* + \frac{\dot{\epsilon}(t)}{\epsilon(t)}.$$

К этому можно добавить: $r = i - \pi^e, r^* = i^* - \pi^{e*}$ и $\dfrac{\dot{\epsilon}(t)}{\epsilon(t)} = \dfrac{\dot{E}(t)}{E(t)} + \pi^{e*} - \pi^e$. Тогда получим

$$i = i^* + \frac{\dot{E}(t)}{E(t)}.$$

Последнее уравнение обычно называют условием "непокрытого паритета процентных ставок"("непокрытого", в смысле не застрахованного от рыночных рисков).

В дальнейшем будем рассматривать дискретное время и логарифмы от имходных статистических показателей. Тогда уравнение "непокрытого паритета процентных ставок"приобретает вид:

$$\frac{\dot{E}}{E} = e_{t+1} - e_t = i_{t+1} - i^*,$$

где $t, t+1$ - последовательные моменты дискретного времени.

Следующее уравнение спроса на деньги в дискретном времени запишется в виде:

$$m_t - p_t = \phi\, y_t - \eta i_{t+1}.$$

Определение реального обменного курса:

$$q_t = e_t + p^* - p_t.$$

Напомним, что модель "перелета"обменного курса рассматривает малую открытую экономику, функционирующую в рамках кенйсианских гипотез об экономической эволюции. Поэтому следующее "стилизованное"уравнение для показателя агрегированного спроса выглядит вполне разумным:

$$y_t^d = \bar{y} + \delta\,(q_t - \bar{q}),$$

где $\bar{y}, \bar{q}$ - уровень выпуска и реального обменного курса, соответствующий состоянию экономики с максимальным использованием факторов производства; $\delta > 0$ - численный коэффициент. На содержательном уровне это означает, что агрегированный спрос будет увеличиваться при улучшении условий внешней и внутренней конкурентоспособности, во многом зависящих от фактора реального обменного курса.

Следующее уравнение задает динамику уровня цен:

$$\frac{\dot{P}}{P} = p_{t+1} - p_t = \psi(y_y^d - \bar{y}) + (\tilde{p}_{t+1} - \tilde{p}_t),$$

где $\tilde{p}_t = e_t + p^* - \bar{q}$ - уровень ценовых ожиданий, зависящий от динамики номинального обменного курса.

Нетрудно понять, что, согласно этому уравнению, динамика внутренних цен будет определяться фактором агрегированного спроса (если агрегированный спрос ниже показателя выпуска при максимальном использовании факторов производства, то уровень внутренних цен будет снижаться) и фактором ценовых ожиданий, также "настроенных"на показатель реального обменного курса при максимальном задействовании факторов производства. Отсюда имеем:

$$p_{t+1} - p_t = \psi(y_t^d - \bar{y}) + (e_{t+1} - e_t).$$

Из этих уравнений следует. что

$$\frac{\dot{\epsilon}}{\epsilon} = q_{t+1} - q_t = (e_{t+1} - e_t) - (p_{t+1} - p_t = -\psi(y_t^d - \bar{y}) = -\psi\delta(q_t - \bar{q}).$$

Это уравнение является одним из двух основных уравнений рассматриваемой модели. Второе основное уравнение записывается следующим образом:

$$\begin{aligned}
\frac{\dot{E}}{E} &= e_{t+1} - e_t = i_{t+1} - i^* = \frac{\phi y_t^d - m_t + p_t}{\eta} - i^* \\
&= \frac{\phi(\bar{y} + \delta(q_t - \bar{q})) - m_t - (e_t + p^* - q_t)}{\eta} - i^* \\
&= \frac{e_t}{\eta} - q_t\,\frac{1 - \phi\delta}{\eta} - \frac{m_t}{\eta} - \bar{q}\frac{\phi\delta}{\eta} - i^*.
\end{aligned}$$

При условии $0 < \phi\delta < 1$ фазовая диаграмма рассматриваемой системы имеет вид, приведенный на Рис.3.24(a). Непосредственно видно, что данная модель обладает свойством "седловой устойчивости", т.е. существует единственная траектория меры нуль на фазовой плоскости, ведущая к положению равновесия системы.

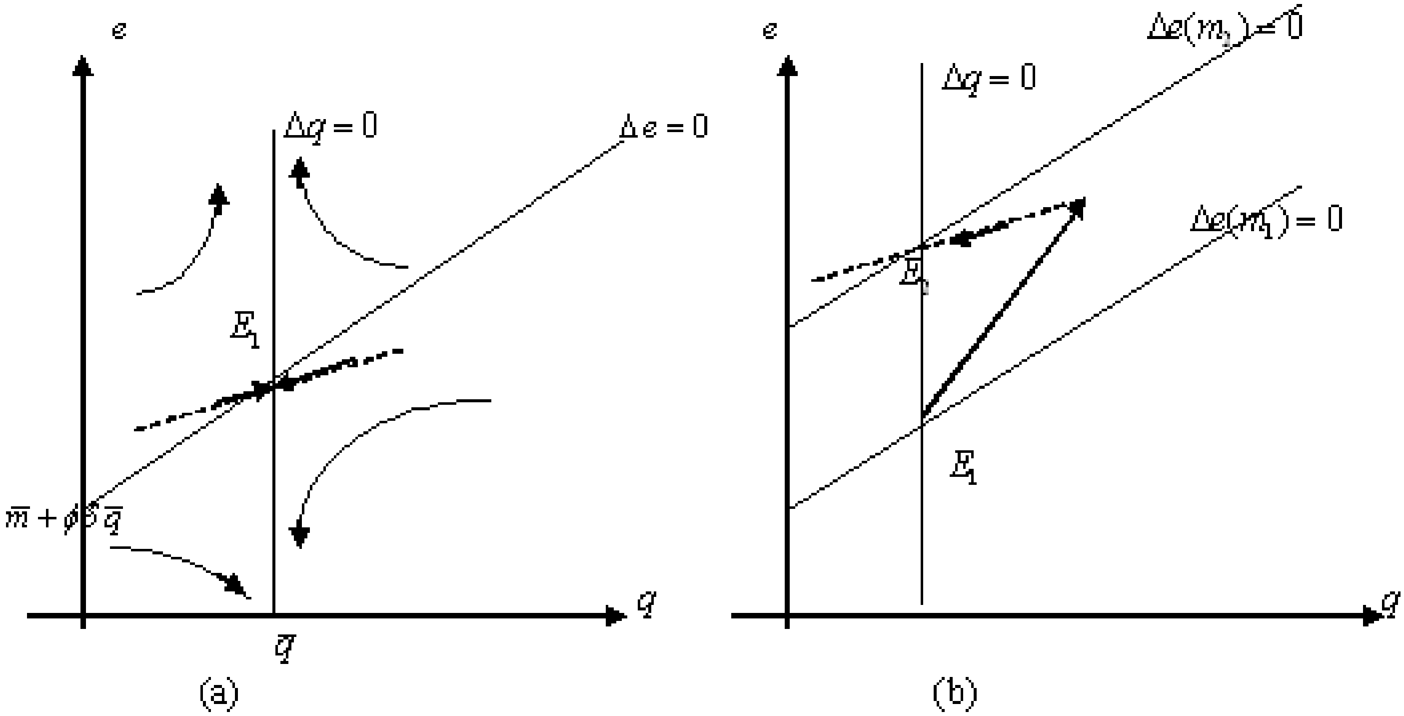

Рис. 3.24. Модель "перелета"валютного курса

Модель "перелета"валютного курса впервые подчеркнула значимость динамических эффектов в макроописаниях экономических систем. Покажем, как возникает эффект "перелета"валютного курса, иначе говоря, превышение краткосрочных значений валютного курса над его долгосрочным равновесным значением.

Из уравнения динамики номинального обменного курса (второе основное уравнение системы) имеем для равновесных долгосрочных значений основных макропеременных следующее соотношение:

$$\bar{e} = \bar{q} + \bar{m} + i^*\eta.$$

В модели "перелета"валютного курса рассматривается эффект единовременного расширения объема денежной массы: $m_t = \bar{m}_2 > \bar{m}_1$. Тогда имеем: $\bar{e}_2 > \bar{e}_1$.

Это означает, что номинальный обменный курс будет возрастать, т.е. $e_{t+1} > e_t$. Вместе с тем в краткосрочном периоде цены являются жесткими (sticky prices), т.е. $p_t = p^*$. Из уравнения $q_t = e_t + p^* - p_t$ при условии жесткости цен имеем: $q_t = e_t$. С учетом этих соотношений из второго основного уравнения системы имеем:

$$(q_t - \bar{q})\,\frac{\phi\delta}{\eta} - \frac{\bar{m}_2}{\eta} - i^* > 0,$$

или

$$e_t = q_t > \bar{q} + \frac{1}{\phi\delta}(\bar{m}_2 + i^*\eta) > \bar{q} + \bar{m}_2 + i^*\eta.$$

Последнее неравенство и означает, что в краткосрочной перспективе значения номинального обменного курса будут выше своих долгосрочных предельных (равновесных) значений, т.е. наблюдается эффект "перелета"валютного курса. Графически этот эффект представлен на Рис.3.24(в).

3.5. "Пузыри"в макроэкономической динамике

Основная цель этого раздела - показать, как финансовые "пузыри"(определение дано ниже) могут влиять на реальные показатели экономики. Тема актуальная, особенно в контексте мирового финансового кризиса 2007-2009 годов.

Пузыри на финансовых рынках

По определению, финансовый пузырь - это процесс ускоренного роста какого-либо финансового показателя (например, цены актива, объема рынка) без фундаментальных экономических оснований (баланс спроса и предложения, производственная функция и др.). Чисто эмпирически, финансовые (спекулятивные) пузыри - это явление весьма распространенное в рыночных экономиках 17-21-го столетий, когда стремительное развитие рыночного капитализма с его непременными атрибутами (сырьевые, фондовые и валютные биржи, банки и инвестиционные компании) сделало возможным процесс получения "денег из денег", а зачастую прямо "из воздуха"рыночных свобод, либеральных законов и предпринимательских инициатив.

Нашей целью здесь будет не нормативная оценка финансовых пузырей, а их позитивный экономический анализ.

Мы начинаем с формальной модели вида

$$y_t = a\,E(y_{t+1}|t) + x_t, \tag{1}$$

где $t, t+1$ - последовательные моменты времени; y, x -эндогенная и экзогенная переменная, соответственно; $E(y_{t+1}|t) = E(y_{t+1}|I_t)$ - условное математическое ожидание; $I_t = \{y_{t-i}, x_{t-i}, i = 0, 1, \dots\}$ - объем доступной информации к моменту t.

Содержательный смысл этой модели состоит в том, что текущее значение рассматриваемой эндогенной переменной зависит от ожиданий будущей динамики этой переменной при условии полной информации о состоянии рынка. Существует множество конкретных примеров подобной динамики.

Примеры

3.7. Арбитраж на рынке акций

Пусть p - цена акции, d - дивиденд, r - норма отдачи безрискового актива (например, облигации). Тогда уравнение арбитража имеет вид ($t, t+1$ - последовательные моменты дискретного времени):

$$\frac{E(p_{t+1}|I_t)}{p_t} + \frac{d_t}{p_t} = r,$$

или

$$p_t = aE(p_{t+1}|I_t) + ad_t,$$

где $a = 1/(1+r) < 1$.

3.8. Модель Кейгана с инфляционными ожиданиями

Рассмотренная выше модель Кейгана может быть записана следующим образом:

$$\frac{M_t}{P_t} = \exp[-\alpha\,(\frac{E(P_{t+1}|I_t) - P_t)}{P_t})],$$

где M, P - объем денежной массы и уровень цен, соответственно; $\alpha > 0$.

Обозначим $m_t = \ln M_t$, $p_t = \ln P_t$. Тогда получим

$$m_t - p_t = -\alpha\,(E(p_{t+1}|I_t) - p_t).$$

Окончательно,

$$p_t = a\,E(p_{t+1}|I_t) + (1-a)\,m_t,$$

где $a = \alpha/(1+\alpha) < 1$.

Общее решение рассматриваемой модели

Далее будет получено общее решение рассматриваемой модели, включающее в себя частное решение, моделирующее эффект финансового пузыря.

Вначале рассмотрим фундаментальное решение. Из уравнения модели (1) следует, что

$$E(y_{t+1}|I_t) = aE(y_{t+2}|I_t) + c\,E(x_{t+1}|I_t).$$

Подставив это выражение в исходную модель (1), получим:

$$y_t = a^2\,E(y_{t+2}|I_t) + ac\,E(x_{t+1}|I_t) + cx_t.$$

Продолжая этот процесс вплоть до момента $T > 0$, получим

$$y_t = c\sum_{i=0}^{T} a^i\,E(x_{t+i}|I_t) + a^{T+1}\,E(y_{t+T+1}|I_t).$$

Поскольку $0 < a < 1$, то при предположении ограниченности фундаментального решения имеем $a^{T+1}\,E(y_{t+T+1}|I_t) \to 0$ при $T \to \infty$. Поэтому фундаментальное решение имеет вид:

$$y_t^* = c\sum_{i=0}^{\infty} a^i\,E(x_{t+i}|I_t).$$

Рассмотрим теперь общее решение вида:

$$y_t = y_t^* + b_t.$$

Тогда

$$E(y_{t+1}|I_t) = E(y_{t+1}|I_t) + E(b_{t+1}|I_t),$$

откуда имеем

$$b_t = a\,E(b_{t+1}|I_t).$$

При условии $0 < a < 1$ получим

$$\lim_{i\to\infty} E(b_{t+i}|I_t) = a^{-i}\,b_t = \begin{cases} +\infty, & b_t > 0 \\ -\infty, & b_t < 0 \end{cases}$$

Решение b_t естественно назвать *пузырем*, поскольку его динамика является неустойчивой при отсутствии фундаментальных предпосылок.

В рассмотренной модели пузырь возникает в начальный момент и неограниченно "надувается". В более сложных модификациях этой модели существует вероятность "схлопывания"пузыря.

Вместе с тем любая экономически значимая модель финансовых пузырей должна дать ответ, как минимум, на два содержательных вопроса: при каких экономических условиях возникает финансовый пузырь и какими экономическими условиями обусловлено его "схлопывание"? Одной из первых попыток построения экономически обоснованной модели финансового пузыря является модель OLG с эффектом арбитража на рынке финансовых активов.

3.9. OLG модель с финансовыми пузырями

В модели перекрывающихся поколений для простоты положим $g = 0$ (отсутствует экзогенный технический прогресс). Тогда уравнение динамики приведенного капитала запишется в виде:

$$k_{t+1} = \frac{s(r(k_{t+1}))}{1+n}\, w(k_t),$$

где $r(\cdot), w(\cdot)$ - рыночная ставка процента и заработной платы, соответственно; $s(\cdot)$ - эндогенная норма сбережения; n - темп роста населения.

Предполагается, что экономические агенты могут владеть капиталом (земля, недвижимость, производственные мощности), либо некоторыми финансовыми активами (intrinsically useless assets). В принципе здесь подойдет аналогия с производственными и портфельными инвестициями. Пусть P_t - цена финансового актива в момент t. Тогда условие арбитража между производственными и финансовыми активами запишется в виде:

$$1 + f^{'}(k_{t+1}) = \frac{P_{t+1}}{P_t}.$$

В масштабе всей экономики объем пузыря финансовых активов экономических агентов равен $B_t = M\, P_t$, где M - количество финансовых активов экономических агентов. Тогда

$$B_{t+1} = B_t\, (1 + f^{'}(k_{t+1}))$$

или в расчете на одного экономического агента: $b_{t+1} = b_t \dfrac{1 + f^{'}(k_{t+1})}{1+n}$.

Система уравнений модели OLG с эффектом финансового пузыря имеет вид:

$$\begin{aligned} b_{t+1} &= b_t\, \frac{1 + f^{'}(k_{t+1})}{1+n} \\ k_{t+1} &= \frac{s(r(k_{t+1}))\, w(k_t) - b_t}{1+n}. \end{aligned}$$

Обратим внимание на стационарные состояния этой модели. В стационарной точке E имеем:

$$\begin{aligned} &f^{'}(k) = n \\ &b = s(r(k))w(k) - (1+n)k. \end{aligned}$$

Эти соотношения позволяют сделать следующие выводы. Если экономика перекрывающихся поколений была динамически неэффективной, т.е. $f^{'}(k^{*}) <$

n, то существует равновесие с эффектом финансового пузыря в точке Е. Ставка процента в этой точке равна n, т.е. финансовый пузырь удаляет динамическую неэффективность и экономика вновь возвращается в состояние "золотого правила"накопления капитала. Обратим внимание, что этот пузырь растет с темпом n, равным темпу экономического роста в этой модели.

В заключение можно сказать, что роль финансовых пузырей в рассматриваемой модели экономики перекрывающихся поколений весьма положительна: онм позволяют убрать перенакопление капитала (динамическую неэффективность) и обеспечить оптимальный темп роста экономики.

Вместе с тем гораздо чаще финансовые пузыри играют отрицательную и деструктивную роль в макроэкономической динамике. В главе 4 будет рассмотрена макроэкономическая модель Мирового финансового кризиса 2007-2009 годов, подчеркивающая разрушительное воздействие финансовых пузырей на динамику основных макроэкономических индикаторов.

Выводы по главе 3

Подводя итоги результатов, изложенных в этой главе, можно отметить следующее. Мы детально рассмотрели основные модели рынков капитала, труда, благ и денег, разработанные на сегодняшний день и сравнили выводы, получаемые из этих моделей, с результатами моделей частичного макроэкономического обмена на рынках капитала, труда, благ и денег, изложенных в главе 2. Повторим здесь этот сравнительный анализ.

Модель q Тобина чаще всего упоминается как конвенциальная динамическая модель рынка капитала. Эта модель обладает свойством седловой устойчивости описываемого равновесия на рынке капитала. Вместе с тем седловая траектория, сходящаяся к положению равновесия, имеет меру нуль на фазовой плоскости и поэтому малейшее (практически неизбежное!) отклонение от этой седловой траектории ведет к потере устойчивости динамической системы и распаду рынка капитала. В этом, на наш взгляд, состоит принципиальный структурный недостаток модели q Тобина. В отличие от этой модели, модель частичного макроэкономического обмена на рынке капитала, рассмотренная в главе 2, обладает глобальной устойчивостью. Из какой бы точки фазового пространства мы ни стартовали, динамические траектории системы сходятся к устойчивому неоклассическому равновесию при обычных ниспадающих функциях спроса на капитал и возрастающих функциях предложения капитала.

Для рынка труда наиболее известными макроэкономическим моделями являются: модель Шапиро-Стиглица, описывающая влияние морального риска на рыночное равновесие (возникновение устойчивой "равновесной"безработицы, появление стимулирующей эффективной ставки заработной платы), а также "поисковые"модели Даймонда, Мортенсена и Писсаридеса, описывающие влияние трансакционных издержек на рынке труда (поиск информации о работниках и работодателях) на рыночное равновесие. В этой главе мы подробно рассмотрели модель Шапиро-Стиглица, явившейся первым историческим примером макромодели, трактующей безработицу не в рамках кейнсианской гипотезы о жесткости заработной платы, а как результат несовершенства рынка труда. Далее было показано, что основные выводы модели Шапиро-Стиглица можно получить на основе динамической модели рынка труда, изложенной в главе 2.

Однако наибольшее разнообразие динамических макромоделей приходится на рынок благ. В главе 3 были рассмотрены три важнейшие макроэкономические модели экзогенного роста: модель Солоу, модель Рамсея-Касса-Купманса и модель Самуэльсона-Даймонда (перекрывающихся поколений, OLG model). Привлекательной стороной модели Солоу является ее глобальная динамическая устойчивость: из какой начальной точки (исходное значение приведенного капитала) мы бы ни стартовали, наблюдается сходимость к устойчивому равновесному состоянию в переменных приведенного капитала и потребления. Вместе с тем многие предположения модели Солоу, в частности, экзогенность нормы накопления, экзогенность цен и отсутствие специфики рынка труда, представляются нереалистичными. Попытка эндогенизировать норму накопления была предпринята в модели Рамсея-Касса-Купманса. Однако наряду с несомненными достоинствами модели Рамсея (микроэкономическое фундирование модели, учет потребительских предпочтений и бюджетных ограничений домохозяйств) можно отметить ее главный недостаток: в отличие от модели Солоу модель Рамсея-Касса-Купманса обладает только седловой устойчивостью состояния равновесия, что означает практическую недостижимость положения равновесия в описываемой этой моделью экономической системе и, как следствие, невозможность использования ее для практического анализа и прогнозирования.

Более того, попытка микроэкономического фундирования в модели Рамсея повлекла за собой серьезное упрощение в трактовке социальной динамики: предполагается, что все экономические агенты имеют идентичные наборы предпочтений (гипотеза "репрезентативного потребителя"), все фирмы - одинаковы... Попытка нарушить эту "осредняющую"традицию в макроэкономических исследованиях была сделана в модели перекрывающихся поколений (overlapping generations model, Samuelson (1958), Diamond (1965)). Эта модель значительно расширила спектр постановок задач и исследуемых феноменов в макроэкономической динамике. С одной стороны, впервые в ней была признана неоднородность макроэкономической структуры социума ("наличие "молодых"и "старых"экономических агентов, обладающих разными предпочтениями). С другой стороны, репертуар возможных равновесных состояний в этой модели чрезвычайно обширен (включая устойчивые и неустойчивые равновесия). В целом, модель перекрывающихся поколения является идеальным образцом современного "модельного"макроэкономического мышления: описывая некий специфический фрагмент экономической реальности, она не претендует на статус макроэкономической теории (подобно неоклассике и кейнсианству) и ограничивается исчерпывающим решением частных вопросов.

Помимо моделей Солоу, Рамсея и Даймонда, в данной главе была рассмотрена динамическая модель рынка благ с экзогенным экономическим ростом. Отметим некоторые особенности этой модели. Во-первых, она не базируется на "осредняющих"гипотезах, используя результаты микроэкономических моделей обмена, разработанных в главе 1. Во-вторых, она позволяет интегрировать динамику рынка труда и капитала для описания феномена экзогенного экономического роста. В-третьих, она учитывает влияние ценовых факторов на экономическую динамику. И наконец, она описывает рост как феномен макроэкономического развития по "квази-равновесным траекториям". Возможные обобщения этой модели на случай эндогенного экономического роста приведены в главе 4.

В целом, современные макроэкономические модели рынка благ пока не составляют исчерпывающую картину экономической реальности, способную претендовать на расширение неоклассической и кейнсианской макроэкономической теории. В этом и состоит главный парадокс: формальная изощренность часто соседствует с методологической элементарностью, закрывающей путь к содержательным обобщениям.

В известной степени сказанное справедливо в отношении макроэкономических моделей рынка денег. В главе 3 были рассмотрены три макроэкономические модели, описывающие влияние денег на реальный сектор и инфляцию: модель Сидрауски (1967), разработанная для случая развитых рыночных экономик, в которых инфляция мала, а деньги могут представлять собой фактор богатства; модель Кейгана (1956), предназначенная для описания гиперинфляции и крайне высокой инфляции, а также модель долларизации, позволяющая исследовать основные взаимосвязи между темпом изменения денежной массы, темпом инфляции и динамикой обменного курса валюты в переходных и развивающихся экономиках. Модель "перелета"валютного курса (Dornbusch, 1976), рассмотренная вслед за этими макромоделями, представляет собой одно из наиболее известных и характерных макроописаний взаимосвязанных рынков денег, валюты и капитала, демонстрирующее значимость динамических подходов в арсенале средств макроэкономического моделирования.

Глава 3 завершается анализом влияния финансовых "пузырей"на макроэкономическую динамику. Согласно определению, финансовый "пузырь-это результат ускоренного роста какого-либо финнансового показателя (цены финансового актива, объема капитализации рынка и др.) без фундаментальных экономических оснований для этого роста (баланс факторов спроса и предложения). В этой главе мы рассматриваем примеры моделей OLG и Кейгана с влиянием фактора финансовых пузырей. Более сложная модель Мирового финансового кризиса с влиянием финансовых пузырей на рынке деривативов рассматривается в главе 4.

Литература к главе 3

Основная:

1. Romer D. (2001) Advanced Macroeconomics. 2nd ed. McGrow Hill Book Company: London.

2. Blanchard O.J., Fischer S. (1989) Lectures on Macroeconomics. MIT Press: Cambridge.

Дополнительная:

1. Stiglitz J. (2002) “Information and the Change of Paradigm in Economics” American Economic Review, vol.92, no.3, pp.460-501.

2. Blanchard O. (2000) “What do we know about macroeconomics that Fisher and Wicksell did not?” NBER Working Paper 7550.

3. Blanchard O. (1997) The Economics of Post-Communist Transition, L.

4. Bernanke B., Gertler M. (1995) Inside the black box: the credit channel of monetary policy transmission. Journal of Economic Perspectives, 9(4), 27-48.

5. Caballero R.J. (1999) Aggregate Investment. In Handbook of Macroeconomics, ed. By J.Taylor and M.Woodford (also NBER Working Paper 6264, 1997)

6. Diamond P. (1982) Wage determination and efficiency in search equilibrium. Review of economic studies,v.49,pp.217-227.

7. Dornbusch R.(1976) Expectations and Exchange rate Dynamics. J. of Political Economy, 84(6), pp.1161-1176.

8. Duffie D. and Sonnenschein H. (1989) Arrow and General Equilibrium Theory. J. of Economic Literature, v.27, is.2.

9. Greenwald B., Stiglitz J. (1987) Keynesian, New Keynesian and New Classical Economics. Oxford Economic Papers, v.39, pp.119-132.

10. Hubbard R.G. (1998) Capital Market Imperfections and Investment. J.of Economic Literature, 36(1), pp.1830225 (also NBER Working Paper 5996)

11. Holmstrom B., Tirole J. (1997) Financial intermediation, loanable funds, and the real sector. Quarterly J. of Economics, 112, pp.663-692.

14. Romer D. (1993) The New Keynesian Synthesis. J. of Economic Perspectives, 7(1), 5-22.

15. Shapiro C., Stiglitz J. (1984) Equilibrium unemployment as a discipline device. American Economic Review, 74(3), 433-444.

16. Stiglitz J., Uzawa H. (1969) Readings in the Modern Theory of Economic Growth, MIT Press.

17. Turnovsky S. (2000) Methods of Macroeconomic Dynamics, MIT Press.

18. Tobin J. (1969) A General Equilibrium Approach to Monetary Theory. J. of Money, Credit, and Banking, 1.